

9. Übungsblatt

Ausgabe 12.01.2015 – Abgabe 19.01.2015 – Besprechung 26.01.2015

29. Aufgabe [8 Punkte]: Rotierender Tisch

Eine Scheibe dreht sich in der horizontalen Ebene mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω gegen den Uhrzeigersinn. Es sei ein mitrotierendes Koordinatensystem mit den Basisvektoren $\vec{e}'_x(t)$ und $\vec{e}'_y(t)$ definiert, dessen Ursprung im Mittelpunkt der Scheibe liegt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei:

$$\vec{e}'_x(0) = \vec{e}_x \quad \text{und} \quad \vec{e}'_y(0) = \vec{e}_y ,$$

wobei $\vec{e}_x$ und $\vec{e}_y$ die Basisvektoren im Inertialsystem bezeichnen. Auf der Scheibe ist parallel zur x' -Achse im Abstand d eine Schiene angebracht, auf der sich ein Massenpunkt m mit konstanter Geschwindigkeit v_0 bewegt:

$$\dot{\vec{x}}'(t) = \dot{x}'(t)\vec{e}'_x(t) + \dot{y}'(t)\vec{e}'_y(t) = v_0\vec{e}'_x(t) .$$

- Berechnen und skizzieren Sie die Bahnkurve aus der Sicht des mitrotierenden Koordinatensystems $\vec{x}'(t)$ sowie aus der Sicht des Inertialsystems $\vec{x}(t)$, wobei $x'(0) = 0$.
- Welche äußere Kraft $\vec{F}$ wirkt auf den Massenpunkt, sodass Coriolis- und Zentrifugalkraft kompensiert werden?

30. Aufgabe [6 Punkte]: Eigenwerte und Eigenvektoren

Berechnen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der folgenden Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} , \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix} , \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} , \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} .$$

31. Aufgabe [6 Punkte]: Trägheitstensor

- Berechnen Sie den Trägheitstensor Θ_{ij} eines homogenen Würfels der Kantenlänge a und Masse m in einem Koordinatensystem mit Ursprung in einer der Würfecken und Koordinatenachsen entlang der daran anschließenden Würfelkanten.
- Bestimmen Sie die Hauptträgheitsmomente und Hauptträgheitsachsen durch Diagonalisieren des Trägheitstensors.
- Verschieben Sie nun den Ursprung des Koordinatensystems in den Schwerpunkt des Würfels und bestimmen Sie den neuen Trägheitstensor.