

Algorithmen und Datenstrukturen
1. Übungsblatt, Sommersemester 2016
Abgabetermin: 05.05.2016

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Beweisen Sie folgende Aussagen:

- a) $n\sqrt{n} = O(n^2)$
- b) $10n^4 \neq \theta(n^3)$
- c) $an^2 + bn \log(n) + cn + d = \theta(n^2)$ für $a, b, c, d > 0$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Berechnen Sie die Anzahl der Elementar-Operation für folgende rekursive Berechnungsvorschrift:

- $T_{\text{rek}}(n) = 1$ für $n = 1, 2$
- $T_{\text{rek}}(n) = 4 + T_{\text{rek}}(n - 1) + T_{\text{rek}}(n - 2)$ für $n \geq 3$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Ein magisches Quadrat ist eine $n \times n$ -Matrix, die aus den ganzen Zahlen von 1 bis n^2 gebildet wird, so dass jede Zahl einmal vorkommt, und die Summen jeder Zeile, jeder Spalte sowie der Hauptdiagonalen gleich groß sind. Mit der folgenden Regel von Coxeter lassen sich magische $n \times n$ -Quadrate für ungerades n erzeugen:

“Fülle eine 1 in das mittlere Feld der obersten Zeile. Schreibe die jeweils nächstgrößere Zahl in das Feld oben links vom aktuellen Feld. Wenn die Bewegung aus dem Quadrat herausführt, so gehe an das entsprechende Feld auf der gegenüberliegenden Seite des Quadrats und mache dort weiter. Wann immer ein Feld bereits ausgefüllt ist, bewege Dich um ein Feld senkrecht nach unten anstatt nach oben links.” Beispiel:

15	8	1	24	17
16	14	7	5	23
22	20	13	6	4
3	21	19	12	10
9	2	25	18	11

Skizzieren Sie ein Programm in C oder in einer Pseudo-Programmiersprache, das mit dieser Regel magische Quadrate konstruiert, und analysieren Sie seine Laufzeit.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Lösen Sie die folgenden Rekursionsgleichungen mit Hilfe des Master-Theorems oder beweisen Sie, dass das nicht möglich ist:

- a) $T(n) = T(\frac{2n}{3}) + 1$
- b) $T(n) = 4 \cdot T(\frac{n}{2}) + n$
- c) $T(n) = 2 \cdot T(\frac{n}{2}) + n \cdot \log n$
- d) $T(n) = 4 \cdot T(\frac{n}{2}) + n^2$