

9. Übungsblatt

Ausgabe 16-12-2014 – Abgabe 07/08-01-2015 – Besprechung 13/14-01-2015

1. Aufgabe [10 Punkte]: Magnetfeld einer rotierenden, geladenen Kugel

Betrachten Sie eine Kugel mit Radius R . Die Kugel trage eine homogen über die Kugeloberfläche verteilte Ladung Q und rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um eine durch den Kugelmittelpunkt führende Achse. HINWEIS: Benutzen Sie Kugelkoordinaten zur Lösung der Aufgabe.

- (a) Drücken Sie die Raumladungsdichte $\rho(\mathbf{r})$ und den Stromdichtevektor $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ mittels der Dirac'schen δ -Funktion aus und zeigen Sie, dass $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$ gilt. [2P]
- (b) Bestimmen Sie das Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r})$, so dass $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ gilt (Coulomb-Eichung). [5P]
- (c) Bestimmen Sie die magnetische Induktion $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ und zeigen Sie explizit, dass damit die Feldgleichungen

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{und} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}$$

erfüllt sind. [3P]

2. Aufgabe [4 Punkte]: Berechnung des Stroms aus einem Magnetfeld

Im Vakuum soll ein Magnetfeld der Form $\mathbf{B}(r, \varphi, z) = f(r)\mathbf{e}_z$ erzeugt werden. Dabei sind (r, φ, z) die Zylinderkoordinaten und $f(r)$ ist eine vorgegebene Funktion des senkrechten Abstands r von der z -Achse. Welche Stromdichte $\mathbf{j}(r, \varphi, z)$ ist dafür erforderlich? Was ergibt sich für den Fall, dass $f(r) = B_0 \Theta(r - R_1) \Theta(R_2 - r)$, wobei $0 < R_1 < R_2$ Konstanten sind? Skizzieren Sie die Stromdichte $\mathbf{j}(r, \varphi, z)$ für diesen Fall. Benutzen Sie Zylinderkoordinaten für die Rechnung.

3. Aufgabe [6 Punkte]: Wechselwirkung magnetischer Dipole

Ein magnetischer Dipol mit Dipolmoment μ_1 befinde sich im Ursprung, ein zweiter magnetischer Dipol mit Dipolmoment μ_2 bei $\mathbf{r} = (R, 0, 0)$. Berechnen Sie Kraft und Drehmoment, die die Dipole aufeinander ausüben, sowie die potentielle Energie für die Fälle, dass

- (a) die Dipole parallel bzw. antiparallel entlang der x -Achse ausgerichtet sind.
- (b) die Dipole parallel bzw. antiparallel entlang der z -Achse ausgerichtet sind.

In welchen dieser Fälle ziehen sich die Dipole an, in welchen stoßen sie sich ab?