

2. Übungsblatt

Ausgabe 27.10.2014 – Abgabe 03.11.2014 – Besprechung 10.11.2014

4. Aufgabe [8 Punkte]: Taylorreihe und Grenzwerte

Berechnen Sie die ersten drei Glieder der Taylorreihe folgender Funktionen um den Punkt x_0 :

- a) $f(x) = \cos(x)$, $x_0 = 0$.
- b) $f(x) = x^{1/3}$, $x_0 = 8$.
- c) $f(x) = x^\alpha$, $\alpha \in (0, 1)$, $x_0 = 0$.
- d) $f(x) = \exp\left(-\frac{1}{x^2}\right)$, $x_0 = 0$.

[Hinweis: Überprüfen Sie gegebenenfalls die Existenz der Ableitung an den Entwicklungspunkten.]

5. Aufgabe [4 Punkte]: Freier Fall

Ein Stein wird von einem Turm zur Zeit $t = 0$ fallen gelassen. Zum Zeitpunkt T hört jene Person, die den Stein fallen gelassen hat, dass der Stein am Boden aufgeschlagen ist. Wie hoch ist der Turm?

[Hinweis: Die Erdbeschleunigung g sowie die Schallgeschwindigkeit v_s kann als konstant angenommen werden und jegliche Reibung sei vernachlässigt.]

6. Aufgabe [8 Punkte]: Getriebener Oszillator

Lösen Sie die inhomogene Differentialgleichung:

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = f \cos(\omega t) .$$

- a) Leiten Sie noch einmal die bekannte (vgl. Aufgabe 2, Aufgabe P8) allgemeine Lösung der homogenen Gleichung $f = 0$ mit Hilfe des Exponentialansatzes $x_h(t) = e^{\lambda t}$ her.
- b1) Bestimmen Sie dann eine partikuläre Lösung des inhomogenen Problems. Diese können Sie mithilfe des Ansatzes $x_p(t) = a \cos(\omega t)$ finden.
- b2) Alternativ kann eine partikuläre Lösung über eine Variation der Konstanten in der Formulierung als System von Gleichungen erster Ordnung (vgl. Aufgaben P6-P8) berechnet werden
[4 Bonuspunkte].
- c) Bestimmen Sie die Lösung zu den Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = v_0$.
- d) Wie verhält sich diese Lösung im Resonanzfall $|\omega| \rightarrow \omega_0$?