

Zeeman-Spektroskopie*

Ina Schüssler und Christian Köhler

Zusammenfassung

Wir beobachteten den Zeeman-Effekt mit Hilfe einer Lummer-Gehrke-Platte. Weiterhin wurde die Aufspaltung der Linien für drei verschiedenen starke Magnetfelder gemessen und daraus μ_B bestimmt. Anschließend wurde mit einem Präzissionsspektrometer die rote Cadmium-Linie bestimmt und eine weitere unbekannte Linie wurde als Wolfram-Linie identifiziert.

*Versuch F44, durchgeführt am 19. und 28. November 2007, Betreuer Rainer Ginzel

Inhaltsverzeichnis

1	Zeeman-Spektroskopie	3
1.1	Theorie	3
1.1.1	Der normale Zeeman-Effekt	3
1.1.2	Der anormale Zeeman-Effekt	6
1.2	Versuchsanordnung	8
1.3	Versuchsdurchführung	9
1.3.1	Überprüfung der Polarisierung	9
1.3.2	Eichung des Magnetfeldes	10
1.3.3	Position der Interferenzstreifen	12
1.4	Auswertung	14
1.4.1	Bestimmung der Verschiebung der Wellenlänge	14
1.5	Ergebnisse	16
2	Präzisionsmessung von Spektrallinien	18
2.1	Versuchsanordnung	18
2.1.1	Das Czerny-Turner-Spektrometer	18
2.1.2	CCD-Kamera	19
2.1.3	Software	19
2.2	Durchführung	20
2.2.1	Übersicht des Neon-Spektrums	20
2.2.2	Kalibrierung mit Neon-Lampe und Präzisionsmessung mit Cadmium-Lampe	21
2.3	Auswertung	22
2.3.1	Überlegungen zur Auflösung und Fit	22
2.3.2	Bestimmung der Wellenlängen der bekannten Neon- Linien	23
2.3.3	Bestimmung der roten Cadmium-Linie	25
2.3.4	Bestimmung der unbekannten Linie	26
2.4	Ergebnisse	27
3	Diskussion	28

1 Zeeman-Spektroskopie

1.1 Theorie

Befinden sich Atome in einem externen Magnetfeld, so kommt es zur Aufspaltung der atomaren Spektrallinien. Diesen Effekt nennt man Zeeman-Effekt, benannt nach dem niederländischen Physiker Pieter Zeeman (1865-1943), welcher ihn entdeckte und unter anderem dafür 1902 den Nobelpreis bekam. Man unterscheidet zwischen normalem und anormalem Zeeman-Effekt, wobei der normale Zeeman-Effekt ein Spezialfall des anormalen Zeeman-Effekts ist, bei dem der Gesamtspin Null wird; $\mathbf{S} = \sum_i \mathbf{s}_i = 0$

1.1.1 Der normale Zeeman-Effekt

Die Emission von Licht aus Atomen beschreibt man klassisch mit einem Dipol. Dieser wird durch einen positiv geladenen Kern und ein negativ geladenes und um den Kern kreisendes Elektron dargestellt. Für das Dipolmoment gilt: $\mathbf{p} = e\mathbf{r}$

Man betrachtet den Kern als ruhend und legt den Koordinatenursprung hier hinein. Dadurch läßt sich das System als linearer Oszillator beschreiben und man kann folgende Bewegungsgleichung aufstellen:

$$m_e \ddot{\mathbf{r}} + m_e \omega_0^2 \mathbf{r} = 0$$

m_e ist die Masse des Elektrons, ω_0 seine Eigenfrequenz.

Mit dem nun in z -Richtung angelegten B -Feld wirkt eine Lorentzkraft auf das Elektron, wodurch der Dipol in Präzession versetzt wird. Die neue Bewegungsgleichung lautet:

$$m_e \ddot{\mathbf{r}} + m_e \omega_0^2 \mathbf{r} + |\mathbf{v} \times \mathbf{B}| = 0$$

Mit der Larmorfrequenz

$$\omega_L = \frac{Be}{2m_e}$$

ergibt sich:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + 2\omega_L \dot{y} = 0$$

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y + 2\omega_L \dot{x} = 0$$

$$\ddot{z} + \omega_0^2 z = 0$$

Mit komplexen Ansatz $x = ae^{i\omega t}$ und $y = be^{i\omega t}$ ergibt sich das homogene lineare Gleichungssystem:

$$(\omega_0^2 - \omega^2)a + 2i\omega_L\omega b = 0$$

$$(\omega_0^2 - \omega^2)b - 2i\omega_L\omega a = 0$$

Die nichttriviale Lösung ist:

$$\omega_{1,2} = \mp\omega_L + \sqrt{\omega_0^2 + \omega_L^2} \approx \omega_0 \mp \omega_L$$

Wobei ω_L gegenüber ω_0 klein ist und daher vernachlässigt werden kann. Daraus ergibt sich die Frequenzverschiebung $\Delta\nu$ in Bezug auf $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ von:

$$\Delta\nu = \pm \frac{\omega_L}{2\pi} = \pm \frac{eB}{4\pi m_e}$$

Die Spektrallinien spalten sich in drei Komponenten, das Lorentztriplett, auf: man erhält eine unverschobene (weil in z -Richtung keine Lorentzkraft wirkt) und zwei um $\mp\frac{\omega_L}{2\pi}$ verschobene Linien.

Mit Hilfe des homogenen linearen Gleichungssystems kann man über die Polarisationsrichtung Aussagen treffen.

Wird $\omega_1 = -\omega_L + \sqrt{\omega_0^2 + \omega_L^2}$ in eine der beiden Gleichungen eingesetzt, ergibt sich für die komplexe Amplitude $a = -ib = be^{-i\frac{\pi}{2}}$, d.h. die x -Phase hinkt der y -Phase um $\frac{\pi}{2}$ hinterher, die zugehörige Lichtwelle ist also rechts zirkular polarisiert (σ^-). Mit ω_2 lässt sich analog verfahren, wobei hier die Amplitude $a = -ib = be^{+i\frac{\pi}{2}}$ ist und es so eine links zirkular polarisierte Welle (σ^+) ist. Die unveränderte Linie ist linear polarisiert (π). Beobachtet man in Richtung des Magnetfeldes, so ist die π -Linie nicht zu sehen, da der Dipol in Schwingungsrichtung keine Strahlung abgibt. In der wellenmechanischen

Betrachtung ist die Hamiltonfunktion eines Elektrons mit der Masse m_e im Feld des Atomkerns:

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_e} + V$$

wobei hier $\mathbf{p}$ der Impuls des Elektrons und $V = \frac{Ze^2}{r}$ die pot. Energie des Elektrons im elektrischen Potential des Kerns ist. Im homogenen Magnetfeld $\mathbf{B}$ verändert sich der Impuls zu $\mathbf{p}_B = \mathbf{p} + e\mathbf{A}$, mit $\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A}$, dadurch ergibt sich für die Hamiltonfunktion

$$H = \frac{(\mathbf{p} + e\mathbf{A})^2}{2m_e} + V$$

Den Differentialoperator $-i\hbar\nabla$ ordnen wir dem Impuls $\mathbf{p}$ zu, der $\mathbf{A}^2$ -Term kann vernachlässigt werden.

Mit der Coulomb-Eichung $\text{div}\mathbf{A} = 0$ ergibt sich für den Hamiltonoperator:

$$H = \frac{a}{2m_e} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + e\mathbf{A} \right)^2 + V = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \Delta + \frac{e\hbar}{im_e} \mathbf{A} \cdot \nabla + V$$

Für ein konstantes Magnetfeld in z -Richtung soll gelten:

$$A_x = -\frac{B}{2}y, \quad A_y = \frac{B}{2}x, \quad A_z = 0$$

daraus folgt:

$$\mathbf{A} \cdot \text{grad} = \frac{B}{2} \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) = \frac{B}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

Setzt man diese Gleichung und den Hamiltonoperator in die Schrödingergleichung ein, dann ergibt sich mit der Coulombwechselwirkung $V(r) = \frac{Ze^2}{r}$ folgende Wellengleichung:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_e} \Delta + \frac{eB}{2m_e} \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \varphi} + V(r) \right) \Psi = E\Psi$$

Die Gleichung lässt sich durch den Separationsansatz lösen:

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = R(r)Y_{lm}(\theta, \varphi)$$

Für die Energien gilt:

$$E_m = E_0 + B \frac{e\hbar}{2m_e} m \quad \text{mit} \quad m = -l, \dots, l$$

E_0 ist die Energie ohne Magnetfeld, m die magnetische Quantenzahl und l die Drehimpulsquantenzahl.

Es entstehen verschiedene Energieniveaus, welche in Abhängigkeit der Magnetquantenzahl m gegenüber dem ursprünglichen Energieniveau E_0 verschoben sind.

Zwei Niveaus E_m und E_{m+1} haben einen Energieunterschied von

$$\Delta E = \frac{e\hbar}{2m_e} B$$

daraus ergibt sich eine Frequenzaufspaltung von

$$\Delta\nu = \frac{\Delta E}{\hbar} = \frac{eB}{4\pi m_e}$$

Das entspricht dem Ergebnis der halbklassischen Betrachtungsweise.

1.1.2 Der anormale Zeeman-Effekt

Der anormale Zeeman-Effekt tritt auf, wenn der Gesamtelektronenspin $\mathbf{S}$ nicht verschwindet. Da dies auf die meisten Atome zutrifft, ist dieser Effekt deutlich häufiger zu beobachten als der normale Zeeman-Effekt. Durch den zusätzlichen Elektronenspin entsteht ein weiteres magnetisches Moment

$$\mu_s = -2\frac{\mu_B}{\hbar} \mathbf{S}.$$

Da der Spin keine klassische Entsprechung hat, muss der anormale Zeeman-Effekt quantenmechanisch betrachtet werden.

Ist die L-S-Kopplungsenergie V_{LS} groß gegen die Kopplung der einzelnen Momente mit dem Magnetfeld, d.h. ist das äußere Magnetfeld schwach, so koppeln der Gesamtbahndrehimpuls $\mathbf{L}$ und der Gesamtspin $\mathbf{S}$ der Elektronen zu einem Gesamtdrehimpuls $\mathbf{J}$ welcher langsam um die Richtung des äußeren Magnetfeldes präzidiert.

$\mathbf{L}$ und $\mathbf{S}$ präzidieren ihrerseits schnell mit der Frequenz $\omega_L = \frac{V_{LS}}{\hbar}$ um den Vektor $\mathbf{J}$.

Die magnetischen Momente μ_L und μ_S zeigen in die Gegenrichtung von $\mathbf{L}$ und $\mathbf{S}$. Das resultierende Moment μ_J zeigt jedoch im allgemeinen nicht in die Gegenrichtung von $\mathbf{J}$, sondern präzediert um $\mathbf{J}$. Da seine Präzession schnell ist, kann man die Position von μ_J zeitlich mitteln. Als Mittel bleibt die Projektion von μ_J auf $\mathbf{J}$ übrig.

$$\langle \mu_J \rangle = (\mu_J)_J = \frac{\mu_J \cdot \mathbf{J}}{|\mathbf{J}|}$$

Errechnet man das zeitliche Mittel $\langle \mu_J \rangle$ aus dem Vektormodell, so erhält man unter Verwendung des Bohrschen Magnetons $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ schließlich:

$$\begin{aligned}\langle \mu_J \rangle &= \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2\sqrt{J(J+1)}} \mu_B \\ &= g_J \sqrt{J(J+1)} \mu_B = g_J \mu_B \frac{|\mathbf{J}|}{\hbar}\end{aligned}$$

Hierbei wurde der Lande-Faktor g_J definiert durch:

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

Mit $J_z = m_J \hbar$ erhält man somit für die z -Komponente des mittleren magnetischen Moments

$$\langle \mu_J \rangle_z = m_J g_J \mu_B.$$

Die potentielle Energie eines magnetischen Moments im äußeren Feld ist gegeben durch $E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$, daher erhalten wir in unserem Fall bei einem Magnetfeld in z -Richtung die magnetische Zusatzenergie:

$$E = -\langle \mu_J \rangle_z \mathbf{B} = -m_J g_J \mu_B \mathbf{B}$$

Also gilt dann für den energetischen Abstand einer aufgespaltenen Linie zur unverschobenen Linie:

$$\Delta E = \mu_B B (g_{J2} m_{J2} - g_{J1} m_{J1})$$

und somit für den Frequenzabstand:

$$\Delta \nu = \frac{\mu_B B}{\hbar} (g_{J2} m_{J2} - g_{J1} m_{J1})$$

wobei g_{Ji} die g -Faktoren der zu dem jeweiligen Übergang gehörenden Zustände sind.

1.2 Versuchsanordnung

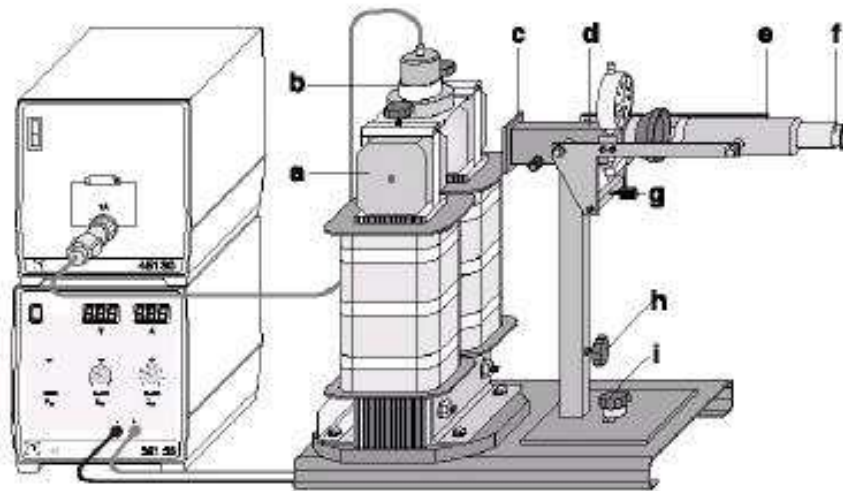


Abbildung 2: Versuchsaufbau

- a) magnetischen Polschuhe: im Bild vorne befindet sich ein “Guckloch” um die polarisierten Wellen in Magnetfeldrichtung beobachten zu können und um in Teil II des Versuchs das Licht der Cd-Lampe in die Glasfaser einzuspeisen.
- b) Cadmium-Lampe (fest eingespannt)
- c) Farbfilter
- d) Lummer-Gehrcke-Platte
- e) Teleskop
- f) Okular
- g) Höhenstellschraube mit analoger Drehanzeige für die spätere Messung.
- h) Stellschraube (fest während des Versuchs)
- i) siehe h)

Die Interferenzeffekte werden in der Lummer-Gehrcke-Platte erzeugt. Zuerst wird das Licht aus der Cd-Lampe mit Hilfe eines Prismas in die Platte eingekoppelt. Dort wird es mehrfach reflektiert (siehe Abb. 3), wobei bei jeder Reflektion ein kleiner Teil der Lichtintensität an der Oberfläche der Lummer-Gehrcke-Platte gebrochen wird und austritt. Die ausgetretenen Strahlen überlagern sich und man erkennt durch das Fernrohr ein Interferenzmuster.

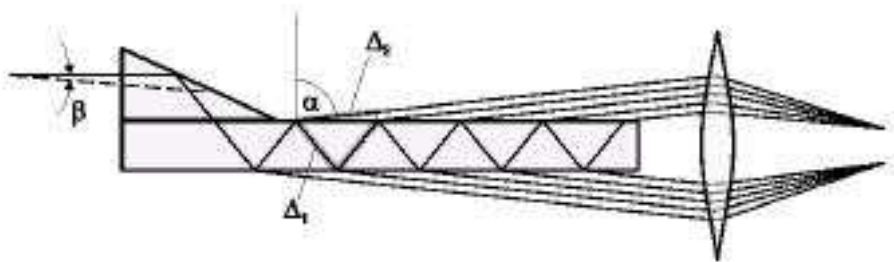


Abbildung 3: Lummer-Gehrcke-Platte

1.3 Versuchsdurchführung

1.3.1 Überprüfung der Polarisation

Durch den Rotfilter werden alle Linien außer der Roten (643.8 nm) ausgeblendet. Das Fernrohr wird so ausgerichtet, dass die Linie über viele Ordnungen gut sichtbar ist.

Schaltet man das Magnetfeld ein, kann man nun mit steigender Magnetfeldintensität die Aufspaltung der Linien sehr gut erkennen.

Wir beobachten die Linien senkrecht zum Magnetfeld. Vor den Rotfilter kann ein linearer Polarisationsfilter gehalten werden. Durch Drehen dieses Filters können je nach Richtung der Polarisation die π -Linie bzw. die σ -Linien ausgeblendet werden.

Zur Prüfung der Polarisation bei Beobachtung in Richtung der Magnetfeldlinien wird der gesamte Sockel auf dem Spulen und Polschuhe stehen gedreht und die Linien durch das oben erwähnte Guckloch beobachtet. Mit Hilfe eines $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchens wird die zirkulare Polarisation der σ -Linien nachgewiesen. Die π -Linie ist bei dieser Beobachtungsrichtung nicht sichtbar.

1.3.2 Eichung des Magnetfeldes

Durch das Hoch- und Herunterfahren der Spannung durchläuft das Magnetfeld eine Hysterese-Kurve, die mit der Hall-Sonde gemessen wird.

Für die zugehörigen Messwerte siehe unten stehende Tabelle. Die daraus resultierende Hysterese-Kurve ist in Abbildung 3 zu sehen.

U[V]	B_{hoch} [T]	B_{runter} [T]
0	0.007 ± 0.001	0.008 ± 0.001
1	0.070 ± 0.004	0.072 ± 0.004
2	0.135 ± 0.005	0.141 ± 0.006
3	0.203 ± 0.009	0.210 ± 0.009
4	0.273 ± 0.010	0.279 ± 0.011
5	0.342 ± 0.013	0.348 ± 0.014
6	0.409 ± 0.016	0.418 ± 0.017
7	0.480 ± 0.018	0.481 ± 0.019
8	0.546 ± 0.021	0.555 ± 0.023
9	0.610 ± 0.024	0.621 ± 0.026
10	0.676 ± 0.028	0.686 ± 0.029
11	0.741 ± 0.031	0.749 ± 0.032
12	0.795 ± 0.034	0.802 ± 0.035
13	0.838 ± 0.036	0.844 ± 0.037
14	0.874 ± 0.039	0.877 ± 0.039
15	0.905 ± 0.042	0.905 ± 0.042

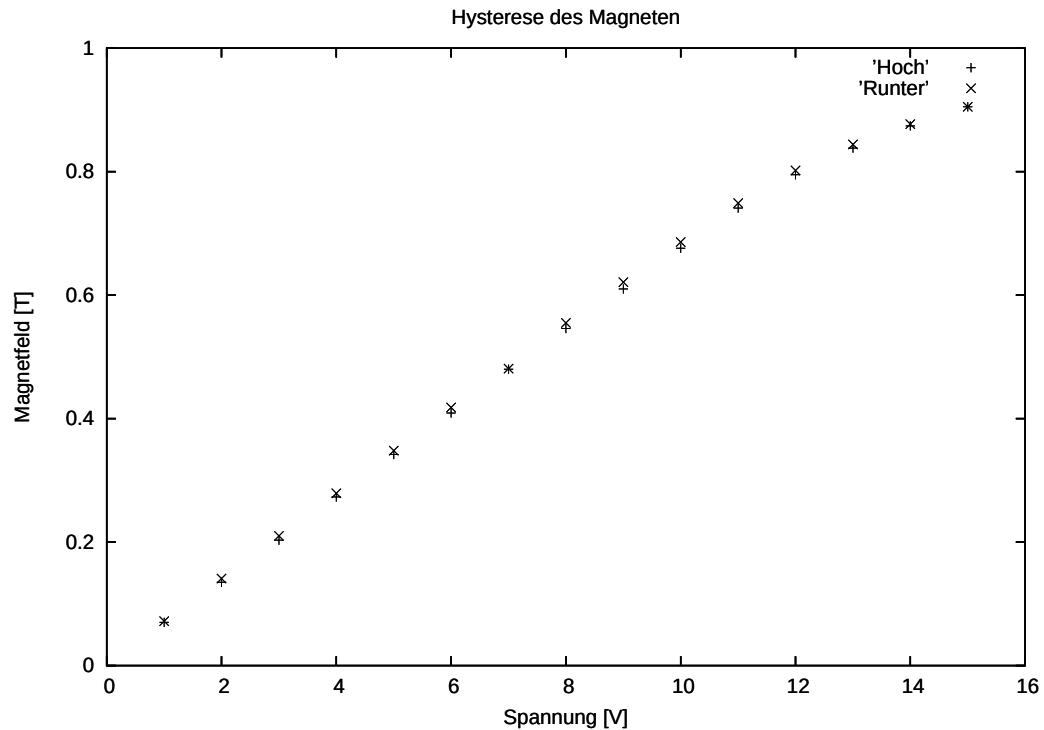


Abbildung 4: Hysteresis

Der Fehler der durch die Hysteresis zustande kommt ist im Vergleich zu den folgenden Fehlerquellen zu vernachlässigen.

Die Hall-Sonde wird aus der Verankerung herausgenommen um die Ortsabhängigkeit des Magnetfeldes abzuschätzen. Dazu werden Verschiebungen nach rechts, links, oben und unten, sowie Drehung der Hallsonde ausgeführt und die zugehörige Magnetfeldänderung notiert.

Insgesamt ergibt sich dadurch ein relativer (Orts-)Fehler von 6%

Der größte Anteil stammt dabei von der Drehung.

Weitere Fehlerquellen sind: Statistischer Fehler kleiner 1%, Temp-Fehler 5%

Die Hall-Sonde wird wieder fest verankert und die Stromwerte 6A, 9A, 12A werden mehrfach angefahren um den statistischen Fehler zu bestimmen.

Dabei ergeben sich folgende Werte:

$$B(6A) = 0.537 \pm 0.035T$$

$$B(9A) = 0.796 \pm 0.043T$$

$$B(12A) = 0.980 \pm 0.052T$$

1.3.3 Position der Interferenzstreifen

Die Stromstärke wird auf die festen Werte 6, 9, 12 A eingestellt. Die Positionen der sichtbaren Linien werden auf einer Längenskala durch eine Messuhr bestimmt. Es werden 15 nebeneinander liegende Ordnungen der π -Linien und die zugehörigen σ -Linien ausgemessen.

Die Messwerte sind in den folgenden Tabellen eingetragen.

Abstände bei 6A

k	σ^-	π	σ^+
1	28.5	39.0	50.0
2	72.5	79.0	84.5
3	99.5	105.0	109.5
4	121.5	127.0	130.0
5	140.0	144.0	147.0
6	156.0	160.0	163.0
7	171.0	174.0	177.0
8	185.5	188.0	190.0
9	197.0	200.0	202.5
10	209.0	211.0	213.0
11	220.5	223.5	225.0
12	231.5	234.0	236.0
13	241.0	244.0	247.0
14	253.0	254.0	256.0
15	262.0	263.0	265.0

Abstände bei 12 A

k	σ^-	π	σ^+
1	-	13.0	40.0
2	52.0	63.0	74.0
3	83.0	90.5	98.5
4	104.0	111.0	119.0
5	123.0	130.0	136.0
6	140.5	146.0	151.0
7	156.0	161.0	165.0
8	169.5	174.0	178.0
9	181.0	186.0	191.0
10	194.0	198.5	201.5
11	205.0	210.0	212.5
12	216.0	221.0	224.0
13	227.0	231.0	234.0
14	237.0	240.0	244.0
15	246.0	248.0	252.0

Abstände bei 9A

k	σ^-	π	σ^+
1	-	30.0	35.0
2	61.0	72.0	79.0
3	90.0	98.0	104.5
4	112.0	119.0	124.0
5	132.0	137.0	141.5
6	148.0	152.0	157.0
7	163.0	167.5	172.0
8	176.0	181.0	184.0
9	189.0	193.0	197.0
10	200.0	205.0	208.0
11	212.0	216.5	220.0
12	224.0	227.0	230.0
13	235.0	238.0	240.0
14	244.0	247.0	250.5
15	253.5	257.0	259.0

1.4 Auswertung

1.4.1 Bestimmung der Verschiebung der Wellenlänge

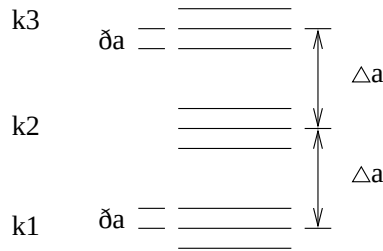
Die Änderung der Wellenlänge ist gegeben durch:

$$\Delta\lambda = \frac{\delta a}{\Delta a} \frac{\lambda^2}{2d\sqrt{n^2 - 1}}$$

wobei hier $\lambda = 643.8nm$ (rote Cadmium-Linie), $d = 4.04mm$ (Dicke der Lummer-Gehrcke-Platte) und $n = 1.4567$ (Brechungsindex der Platte) ist. Für die Bestimmung des Termes $\frac{\delta a}{\Delta a}$ benutzen wir folgende Methode:

Der Abstand δa der σ^+ -Linie zur π -Linie wird ins Verhältnis gesetzt zum Abstand Δa der π -Linie zur π -Linie der nächsthöheren Ordnung.

Der Abstand δa der σ^- -Linie zur π -Linie wird ins Verhältnis gesetzt zum Abstand Δa der π -Linie zur π -Linie der nächsttieferen Ordnung.



An den Daten wird ein konstanter Fit gemacht siehe Abbildung 5, 6, 7. Die Ergebnisse der Fits sind:

$$\left(\frac{\delta a}{\Delta a} \right)_{6v} = 0.265 \pm 0.019$$

$$\left(\frac{\delta a}{\Delta a} \right)_{9v} = 0.399 \pm 0.029$$

$$\left(\frac{\delta a}{\Delta a} \right)_{12v} = 0.527 \pm 0.040$$

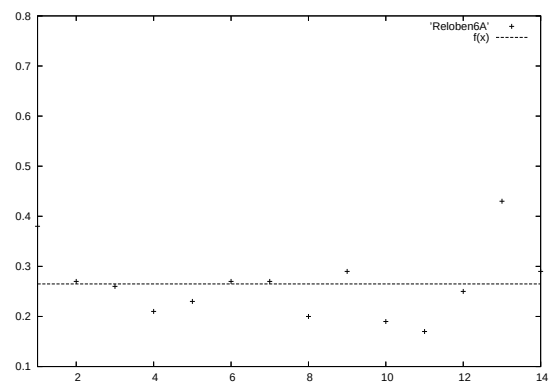


Abbildung 5:Methode I bei 6A

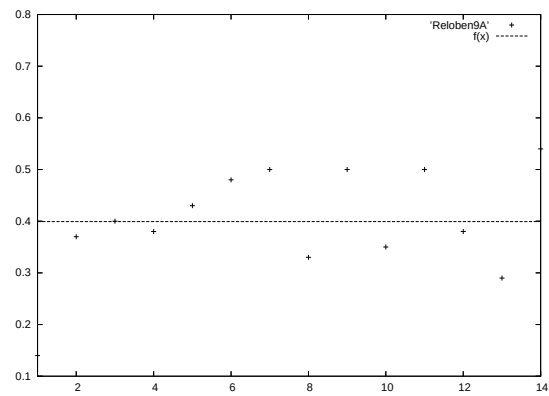


Abbildung 6:Methode I bei 9A

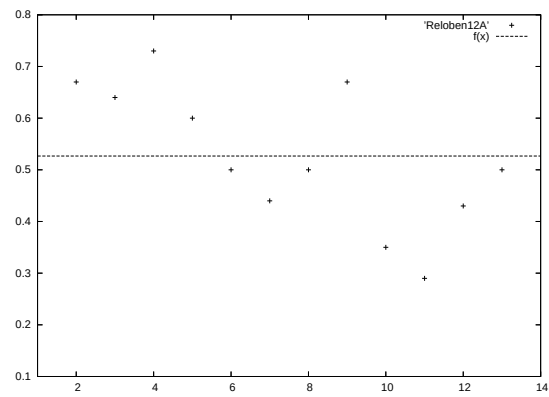


Abbildung 7:Methode I bei 12A

1.5 Ergebnisse

Mit dem bestimmten $\frac{\delta a}{\Delta a}$ ergibt sich die Wellenlängenänderung für die Magnetfeldstärken bei $I=6A$, $I=9A$ und $I=12A$:

$$\Delta\lambda_{6A} = 0.0128 \pm 0.0009nm$$

$$\Delta\lambda_{9A} = 0.0193 \pm 0.0014nm$$

$$\Delta\lambda_{12A} = 0.0254 \pm 0.0019nm$$

daraus erhält man die Energieverschiebung

$$\Delta E = hc \left(\frac{1}{\lambda - \Delta\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right)$$

$$\Delta E_{6A} = (6.15 \pm 0.46) \times 10^{-24} J$$

$$\Delta E_{9A} = (9.26 \pm 0.69) \times 10^{-24} J$$

$$\Delta E_{12A} = (12.20 \pm 0.915) \times 10^{-24} J$$

und weiter ergibt sich das Bohrsche Magneton zu:

$$\mu_{B,6A} = (11.45 \pm 1.26) \times 10^{-24} \frac{J}{T}$$

$$\mu_{B,9A} = (11.63 \pm 1.27) \times 10^{-24} \frac{J}{T}$$

$$\mu_{B,12A} = (12.47 \pm 1.37) \times 10^{-24} \frac{J}{T}$$

$$\mu_B = (11.85 \pm 1.30) \times 10^{-24} \frac{J}{T}$$

Das Ergebnis stimmt im Rahmen des Fehlers mit dem Literaturwert nicht überein.

$$\mu_{B,Literatur} = 9.274 \times 10^{-24} \frac{J}{T}$$

Es sieht so aus als ob wir einen systematischen Fehler begangen haben wodurch alle Werte weit über dem Literaturwert liegen. Unserer Meinung nach kann

dieser Fehler von doch vorhanden Inhomogenität des Magnetfeldes herrühren, weil wir in unseren Überlegungen ein homogenes Magnetfeld annehmen. Ein weitere mögliche Erklärung für die hohen Werte kann ein konstanter Ablesefehler an der Messuhr sein. Man hätte mehr Messungen machen können, was aber auf Grund der doch sehr anstrengende Messmethode mit dem Fernrohr für uns nicht machbar erschien. Vielleicht kann man ja bei späteren Versuchen die Messmethode verbessern und so die Fehler verkleinern und die Genauigkeit steigern.

2 Präzisionsmessung von Spektrallinien

Im zweiten Teil des Versuches wird mit Präzisionspektroskopie die rote Cadmium-Linie bestimmt. Wir hatten hierfür ein Czerny-Turner-Spektrometer mit CCD-Kamera zur Verfügung. Weiterhin hatten wir noch einen PC mit Steuersoftware (SpektraMax) für das Spektrometer und die Kamera, sowie eine Neon-Lampe zur Kalibrierung zur Verfügung.

2.1 Versuchsanordnung

2.1.1 Das Czerny-Turner-Spektrometer

Das Licht der beiden Lampen wird über eine Weiche in eine Glasfaser eingekoppelt und mit zwei Linsen auf den Eingangsspalt des Spektrometers fokussiert, so dass dieser möglichst optimal beleuchtet ist. Hinter dem Spalt befindet sich der erste Spiegel, dessen Fokuslänge dem Abstand zum Spalt entspricht (das Licht wird parallelisiert). Das parallele Licht fällt auf das drehbar gelagerte Reflexionsgitter. Der zweite Spiegel fokussiert den Strahl auf den Austrittsspalt. Hinter diesem befindet sich die CCD-Kamera.

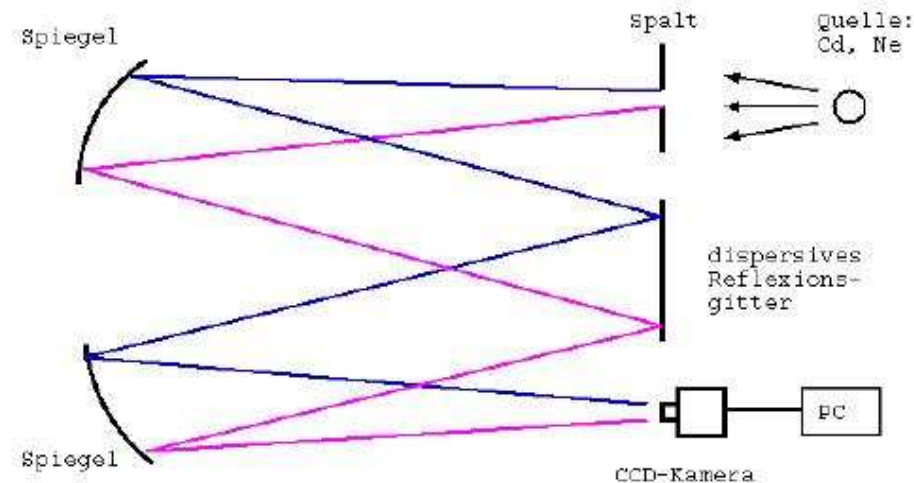


Abbildung 9: Schematischer Aufbau eines Czerny-Turner-Spektrometers

Die CCD-Kamera nimmt das in verschiedene Wellenlängen aufgespaltene Abbild des Spaltes auf. Bei einer Präzisionsmessung ist es wichtig die Fehler so

klein wie möglich zu halten. Durch die Bewegung der Gitters entsteht ein relativ großer Fehler. Deshalb soll es während der Messungen nicht mehr bewegt werden.

2.1.2 CCD-Kamera

Die Kamera ist durch ihren Chip in der Lage ein 1024x512 Pixel großes schwarz-weiß-Bild aufzunehmen. CCD steht für Charged Coupled Device (in etwa: ladungsgekoppeltes Teil). Fällt nun ein Photon mit einer Energie von 1eV oder mehr auf das Halbleitermaterial, so wird aus dem Valenzband ein Elektron in das Leitungsband gehoben und es fließt ein Strom. Für jede Reihe steht ein ADC zur Verfügung welcher die Daten an den PC übermittelt. Zur Verminderung des thermischen Rauschens wurde die Kamera früher mit flüchtigem Stickstoff gekühlt, wir kühlen sie mit einem Peltier-Element, welches durch einen Lüfter unterstützt wird. Es hat sich herausgestellt dass dies für den Versuch ausreichend ist. Somit ist der Versuch um einiges leichter zu handhaben.

2.1.3 Software

Als Software steht das Programm SpektraMax zur Verfügung, welches zum Interferometer gehört. Mit Hilfe des Programms kann man eine "Linearisierung" durchführen, d.h. das Programm stellt die Counts nicht über die Pixel dar sondern direkt als Wellenlänge. Diese Skala ist dann allerdings verschoben und die Abbildung verzerrt (siehe Abb. 10). Zu beachten ist auch, dass die "Linearisierungen" im Programm gespiegelt dargestellt werden.

Wir benutzen für die Kalibrierung und Präzisionsmessung die Darstellung über die Pixel.

Die Intensität kann über mehrere Mechanismen variiert werden. Sie sollte so eingestellt werden, dass die Bandbreite der Kamera optimal ausgenutzt wird.

Die Kamera kann 16-bit pro Pixel speichern, also Werte bis $2^{16} = 65536$.

Der Eintrittspalt sollte mit Hilfe der Linsen optimal ausgeleuchtet werden und im Laufe des Versuches nicht mehr verändert werden. Darüber hinaus kann die Spaltbreite verändert werden. Die Beugung spielt bei diesen Spaltbreiten um $50\mu\text{m}$ keine Rolle, da die zu beobachteten Wellenlängen im sichtbaren Bereich sind.

Das einfallende Licht ist keine ebene Welle, sondern eine Verteilung mit einem eindeutigen Maximum. Bei der Abbildung durch den Spalt wird die

Position der Quelle aus dem Mittelwert des beobachteten Ausschnittes dieser Intensitätsverteilung bestimmt. Ist die Quelle nicht direkt auf den Spalt zentriert, verschiebt sich durch Ändern der Spaltbreite die Position des Intensitätsmaximums. Deshalb sollte die Quelle gut auf den Spalt ausgerichtet werden und die Spaltbreite zwischen Kalibration und Präzisionsmessung nicht verändert werden. Weiterhin sollten auch Reflexionspiegel und Austrittsspaltbreite während der Messung nicht verstellt werden. Die Intensität kann noch über die Belichtungszeit der Kamera eingestellt werden.

2.2 Durchführung

2.2.1 Übersicht des Neon-Spektrums

Wir benutzen die “Linearisierung” der Software um ein Spektrum der Neon-Lampe aufzunehmen. Die Linien von Neon sind bekannt. Für eine grobe Übersicht wird das gesamte, für uns interessante, sichtbare Spektrum aufgenommen. Die einzelnen Linien werden identifiziert.

Es ist zu beachten, dass der Spiegel ca. alle 25nm nachgeführt wird und dies dazu führen kann das ein Peak gespalten wird. Die Kalibrierung für die Präzisionsmessung muss also so eingestellt sein, dass ein Bereich von höchstens 25nm aufgenommen wird.

In Abbildung 10 ist das aufgenommene Spektrum von Neon dargestellt.

Wir benutzen fünf Neon-Peaks für die Kalibration:

- 659.89528 nm
- 653,28824 nm
- 650,65277 nm
- 640,22480 nm
- 638,29914 nm

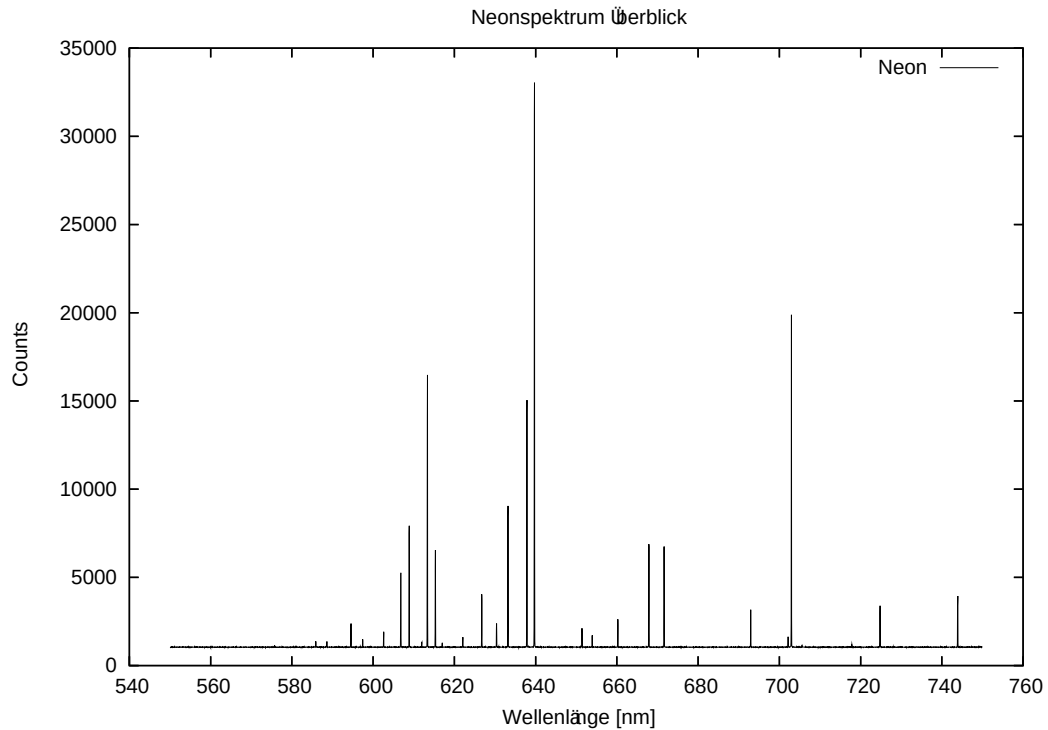


Abbildung 10: Übersicht Neon-Spektrum

2.2.2 Kalibrierung mit Neon-Lampe und Präzisionsmessung mit Cadmium-Lampe

Für die Kalibration wählen wir ein Fenster im Bereich von 645nm aus, da wir hier die rote Cadmium-Linie erwarten. Das Spektrum von Neon wird nun aufgenommen.

Die Cadmium-Lampe wird eingeschaltet. Sie braucht leider einige Zeit um maximal zu leuchten, in dieser Zeit (ca 1,5 min) kann die Kalibrierung an Qualität verlieren. Aus diesem Grund führen wir im Anschluß an die Präzisionsmessung eine erneute Kalibrierung durch. Das Spektrum der Cadmium-Linie wird aufgenommen. Bei sehr hohen Intensitäten kann man einen zusätzlichen kleinen Peak sehen den wir im Anschluß an die Messung durch Erhöhen der Intensität (Belichtungszeit) deutlicher sichtbar machen werden.

2.3 Auswertung

2.3.1 Überlegungen zur Auflösung und Fit

Die Linienbreite beträgt ungefähr 10 Pixel. Die Auflösung der Wellenlänge wird im schlechtesten Fall durch die Pixelbreite bestimmt. Der CCD-Chip ist 1024 Pixel breit. Für ein Spektrum von 50 nm Breite ergibt sich ein Fehler von ca. 0.050 nm. Durch einen Fit an die Verteilung einzelner Linien kann die Auflösung jedoch auf einen Subpixel-Bereich verbessert werden. Hierfür sind Kenntnisse der Linienform vonnöten. Die natürliche Linienbreite wird durch eine Lorentzkurve beschrieben. Durch verschiedene Mechanismen wie thermische Bewegung der Atome, Einflüsse von Druck und Temperatur auf die Messaufbauten, Eigenschaften des Spektrometers, z.B. Qualität des Gitters und der Spalte, hauptsächlich aber Dopplerverbreiterung und Auflösungsvermögen der CCD-Kamera wird die Lorentzkurve verbreitert. Diese Einflüsse führen zu einer Gauss-Verteilung.

Die theoretische Linienform ist damit eine Faltung einer Lorentz- und einer Gauss-Verteilung. Dies nennt man Voigt-Profil, welches aber nicht analytisch darstellbar ist. Die Lorentz-Verteilung kann hier aber nicht mehr angewandt werden, da die Linienbreite der Gauss-Verteilung hier um einen Faktor 100 größer ist als die der Lorentz-Verteilung und sie somit untergeht. Alle Kurven wurden mit einer Gauss-Verteilung gefittet. Zum anschaulichen Vergleich sind im Folgenden auch die Fits der Lorentzkurven mit abgebildet.

2.3.2 Bestimmung der Wellenlängen der bekannten Neon-Linien

Die Ergebnisse sind in der anschließenden Tabelle eingetragen.

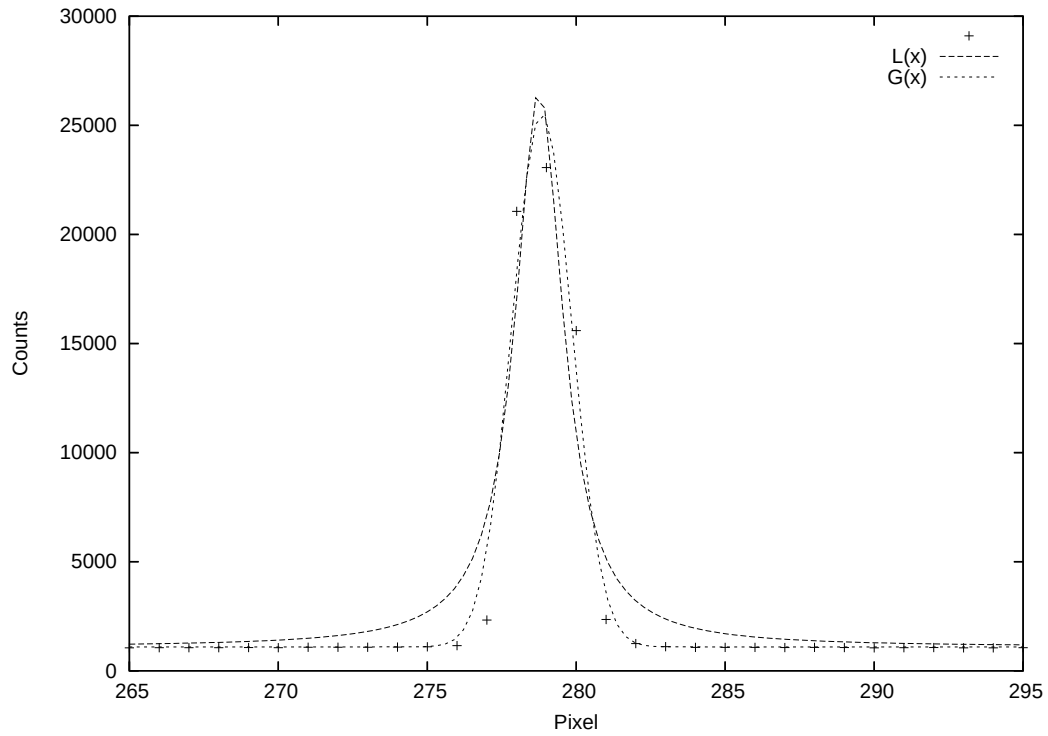


Abbildung 11: Fit an den ersten Peak von Neon

λ	Literaturwert [nm]	Gauss [Pixel]
$\lambda_{1,Ne}$	659.89528	85.257 ± 0.039
$\lambda_{2,Ne}$	653.28824	278.847 ± 0.104
$\lambda_{3,Ne}$	650.65277	355.845 ± 0.099
$\lambda_{4,Ne}$	640.22480	659.390 ± 0.102
$\lambda_{5,Ne}$	638.29914	714.781 ± 0.107

Mit Hilfe dieser fünf Werte zur Kalibrierung erstellen wir nun die Eichkurve (siehe Abbildung 12). Wir verwenden eine quadratische Funktion der Form $p(x) = ax^2 + bx + c$ mit den Parametern a, b, c wie folgt

Parameter	Kalibrierung
a	$-3.72441 \times 10^{-7} \pm 7.169 \times 10^{-8}$
b	$-0.0339962 \pm 6.121 \times 10^{-5}$
c	662.795 ± 0.01035

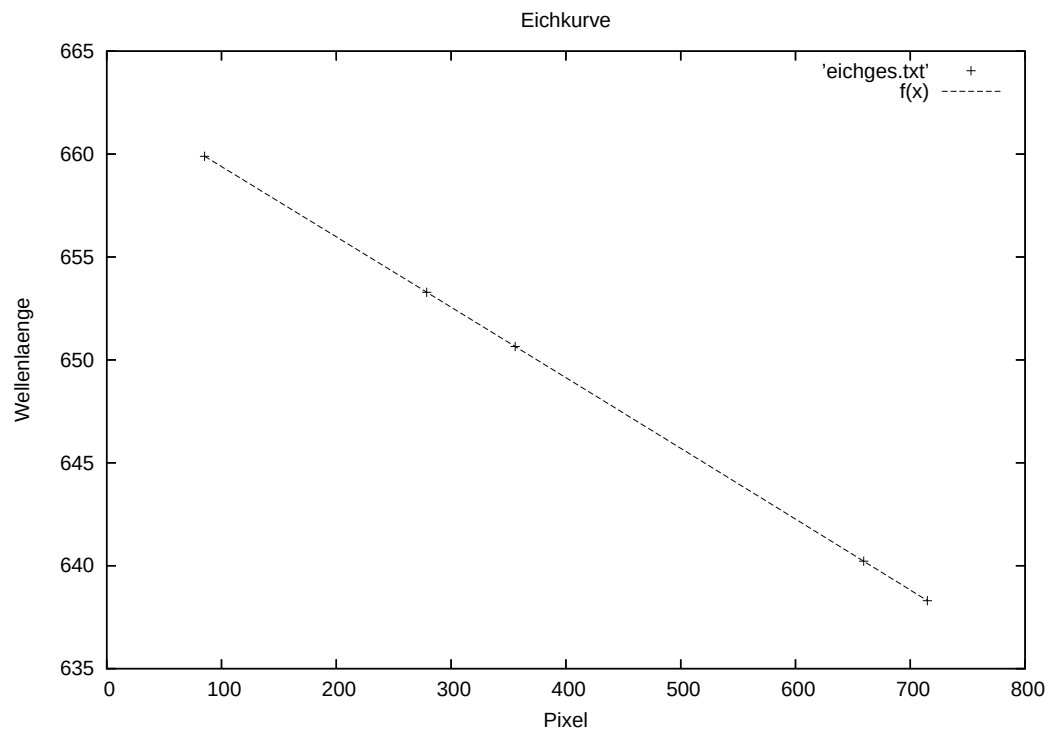


Abbildung 12: Eichkurve

2.3.3 Bestimmung der roten Cadmium-Linie

Der Fit an der roten Cadmium-Linie ist in Abbildung 13 dargestellt. Die Ergebnisse sind:

$$x_{cd,Gauss} = 553.921 \pm 0.03 Pixel$$

Dieser Wert wird mit der Eichkurve in die entsprechende Wellenlänge umgewandelt:

$$\lambda_{Cd,rot} = 643.8495 \pm 0.024 nm$$

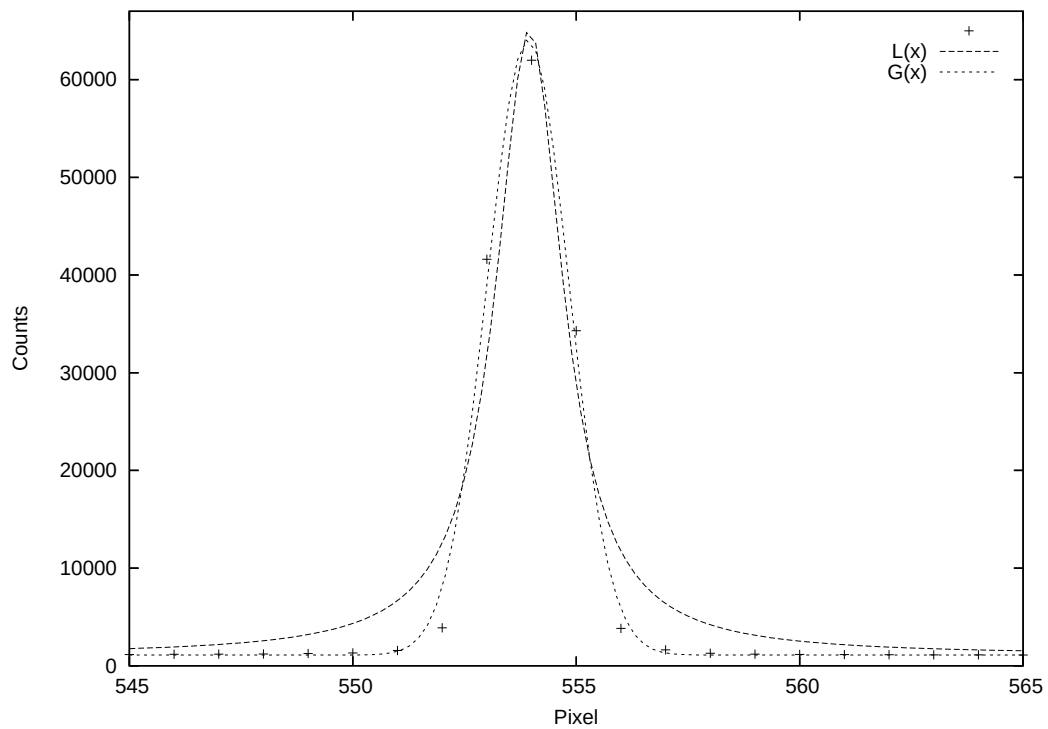


Abbildung 13: Rote Cadmium-Linie mit Fit

2.3.4 Bestimmung der unbekannten Linie

In gleicher Weise wie die rote Cadmium-Linie wird die Position der unbekannten Linie bestimmt:

$$x_{unbekannt,Gauss} = 310.954 \pm 0.034$$

Mit der Umrechnung über die Eichkurve ergibt sich:

$$\lambda_{unbekannt} = 652.188 \pm 0.024 nm$$

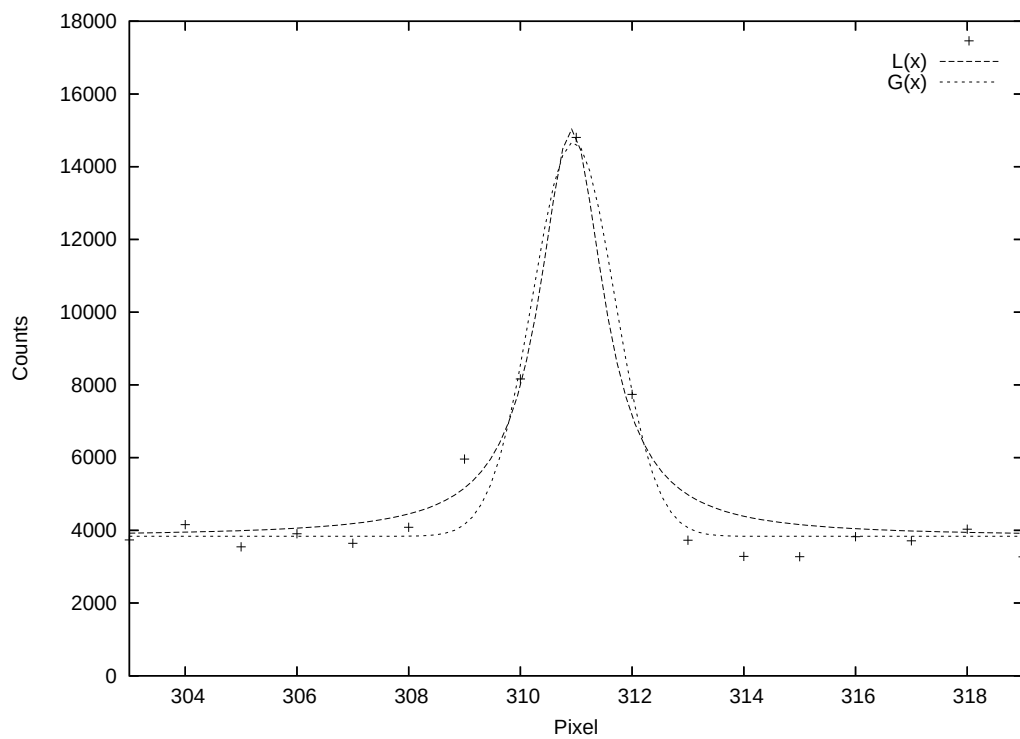


Abbildung 14: unbekannte Linie mit Fit

2.4 Ergebnisse

Für die rote Cd-Linie finden wir den Wert:

$$\lambda_{Cd,rot} = 643.8495 \pm 0.024nm$$

Der Literaturwert ist nach [2]: $\lambda = 643.8470$ Mit diesem stimmt unser Wert innerhalb des Fehlers überein.

Das unbekannte Element mit $\lambda_{unbekannt} = 652.188 \pm 0.024nm$ ist wahrscheinlich Wolfram(652.198nm), welches häufig als Kathodenmaterial verwendet wird.

3 Diskussion

Im ersten Teil haben wir das Bohrsche Magneton bestimmt:

$$\mu_B = (11.85 \pm 1.30) \times 10^{-24} \frac{J}{T}$$

Hiermit haben wir den Literaturwert von $\mu_{B,lit} = 9.27400915 \times 10^{-24} J/T$ leider nicht bestätigen können. Zu den Gründen habe wir uns schon oben um ersten Teil geäußert. Als Verbesserung schlagen wir vor: das Bild aus dem Fernrohr mit einer Kamera aufzunehmen, z.B. mit der aus Teil II oder Ähnlichem. Damit würde man die Genauigkeit verbessern sowie die Fehler verkleinern. Man kann dann auch mehr Messungen machen. Es war dennoch bei diesem Versuch sehr faszinierend wie gut man diesen Effekt mit den recht einfachen Mitteln beobachten kann. Kann ich nur empfehlen.

Im Zweiten Teil haben wir die rote Cadmium-Linie ausgemessen. Für die Wellenlänge fanden wir:

$$\lambda_{Cd,rot} = 643.837 \pm 0.024 nm$$

was mit dem Literaturwert von 643,8470nm innerhalb des Fehlers sehr schön überein stimmt. Hier ist noch zu erwähnen das bei diesem Teil eine Menge Daten anfallen und es anspruchsvoll aber auch interessant war mit diesen Mengen umzugehen und verwertbare Ergebnisse heraus zu bekommen. Für die unbekannte Linie im Cadmium-Spektrum fanden wir die Wellenlänge:

$$\lambda_{unbekannt} = 652.188 \pm 0.024 nm$$

Nach [2] haben wir es als Wolfram identifiziert, da es ein häufig eingesetztes Kathodenmaterial ist und eine Wellenlänge von 652.198nm besitzt. Die zweite Möglichkeit die wir noch in betracht gezogen haben ist Xenon, was laut [3] als Startgas eingesetzt wird. Die Xenon-Linie liegt bei 652.151nm.

Insgesamt war der Versuch sehr interessant, einmal weil wir auf verschiedene Arten Spektren maßen, sondern auch weil uns unser Assistent viel nützlich Hinweise gab und uns auch neue Methodiken des Messen klar machte. So haben wir viel Dinge gelernt und geübt die man bei späteren Versuchen bestimmt gut anwenden kann.

Literatur

- [1] Zeeman-Effekt, Praktikumsanleitung
- [2] NIST Atomic Spectra Database,
<http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/linesform.html>
- [3] Wikipedia, <http://de.wikipedia.org>