

Zeeman-Spektroskopie ¹

Matthias Bach und Natalie Müller

Abstract: The Zeeman effect was observed using a Lummer-Gehrcke plate. The splitting of the lines was determined for two strengths of the magnetical field and the value for μ_B was obtained. The wavelength of the red Cadmium line was measured with a high precision spectrometer and an unknown line identified as tungsten.

Als besondere Auswertung testiert: Datum, Unterschrift:

¹Versuch F44, ausgeführt am 8./10. Mai 2006, Betreuer Hjalmar Bruhns, lange besondere Auswertung

Inhaltsverzeichnis

I	Zeeman-Spektroskopie	1
1	Theorie	2
1.1	Normaler Zeeman-Effekt	2
1.2	Polarisation von Licht	2
2	Versuchsanordnung	2
3	Versuchsdurchführung	4
3.1	Überprüfung der Polarisation	4
3.2	Eichung des Magnetfeldes	4
3.3	Messung der Position der Interferenzstreifen	4
4	Auswertung	4
4.1	Bestimmung der Verschiebung der Wellenlänge	4
4.1.1	Methode I	6
4.1.2	Methode II	6
5	Ergebnisse	6
II	Bestimmung von Wellenlängen	10
6	Versuchsanordnung	10
6.1	Czerny-Turner-Spektrometer	10
6.2	CCD-Kamera	10
6.3	Software	11
7	Versuchsdurchführung	11
7.1	Übersicht Neon-Spektrum	11
7.2	Kalibrierung mit Neon-Lampe und Präzisionsmessung Cadmium-Lampe	12
8	Auswertung	12
8.1	Überlegungen zu Auflösung und Fit	12
8.2	Bestimmung der Wellenlänge der bekannten Neon-Linien	12
8.3	Bestimmung der roten Cd-Linie	15
8.4	Identifizierung der unbekannten Linie der Cd-Lampe	17
9	Ergebnisse	17
10	Diskussion	19
A	Eichung Teslameter	20

Teil I

Zeeman-Spektroskopie

Der Zeeman-Aufspaltung der roten Cadmium-Linie wurde mit einer Lummer-Gehrcke-Platte gemessen, sowie die Polarisation des Lichts in transversaler und longitudinaler Konfiguration beobachtet. Mit Hilfe der gemessenen Verschiebung in der Wellenlänge läßt sich das Bohrsche Magneton bestimmen.

1 Theorie

1.1 Normaler Zeeman-Effekt

Als Zeeman-Effekt bezeichnet man die Aufspaltung von atomaren Energieniveaus unter Einwirkung eines äußeren Magnetfeldes. Beim normalen Zeeman-Effekt ist der Gesamtspin des Atoms gleich Null, d.h. der Gesamtdrehimpuls ist ein reiner Bahndrehimpuls. Das magnetische Moment ist dann

$$\mu = \frac{\mu_B}{\hbar} J \quad (1)$$

mit $\mu_B = \frac{\hbar e}{2m_e}$, dem Bohrschen Magneton. Die Energie ist gegeben durch

$$E = -\mu B \quad (2)$$

und die Drehimpulskomponente in Magnetfeldrichtung ist

$$J_z = M_J \hbar \quad (3)$$

mit $M_J = J, J-1, \dots, -J$. Damit erhält man eine Aufspaltung in $2J+1$ äquidistante Zeeman-Komponenten mit einem jeweiligen Energieabstand von

$$\Delta E = \mu_B B \quad (4)$$

1.2 Polarisation von Licht

Optische Übergänge in der Atomhülle können nur in Form elektrischer Dipolstrahlung auftreten. Die Auswahlregeln beschränken ΔM_J auf ± 1 für σ -Komponenten und $\Delta M_J = 0$ für π -Komponenten. Die Winkelverteilung der Strahlung ist abhängig von ΔM_J in Magnetfeldrichtung, s. a. Abb. 1. In transversaler Richtung zum Magnetfeld sind alle drei Komponenten linear polarisiert, während in longitudinaler Richtung die verschobenen Komponenten zirkular polarisiert sind.

2 Versuchsanordnung

Als Spektrometer benutzen wir eine Lummer-Gehrcke-Platte. Dies ist eine äußerst planparallele Glasplatte, in der das Licht mehrfach totalreflektiert wird. Bei jeder Totalreflektion wird ein kleiner Anteil des Strahls ausgekoppelt. Diese Strahlen können über- und unterhalb der Platte interferieren. Betrachtet man die Platte von vorne mit einem auf unendlich eingestellten Fernrohr, sieht man Muster von Interferenzstreifen. Tritt nun Licht unterschiedlicher Wellenlänge durch das aufgekittete Prisma in die Lummer-Gehrcke-Platte, so erhält man unterschiedliche Systeme von Interferenzstreifen.

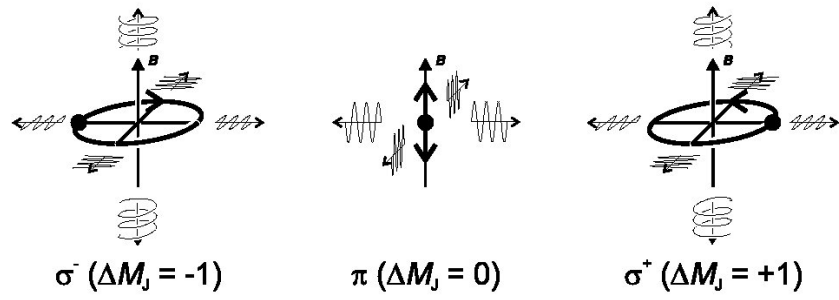


Abbildung 1: Polarisation von Licht

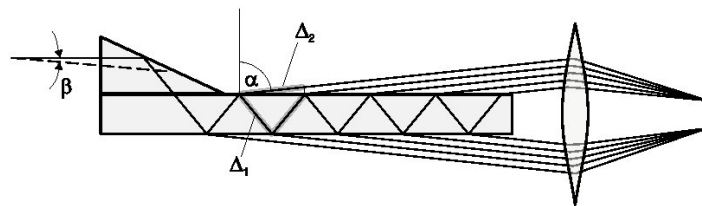


Abbildung 2: Lummer-Gehrcke-Platte

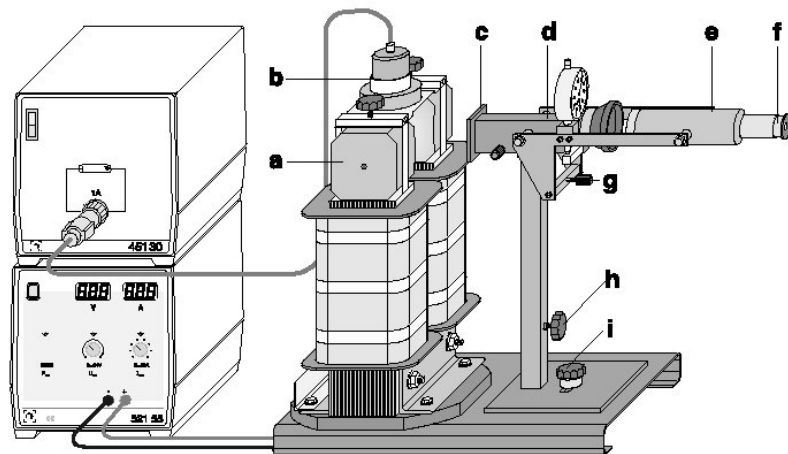


Abbildung 3: Zeeman-Aufspaltung

3 Versuchsdurchführung

3.1 Überprüfung der Polarisation

Das Fernrohr wird richtig ausgerichtet, so daß die Linien gut sichtbar sind. Man erkennt die Farben rot, grün, blau und violett. Mit einem Rotfilter werden alle außer der roten Linie (643.8 nm) ausgeblendet.

Bei Erhöhung des Magnetfeldes wird die Lampe zunächst heller. (In der Gasentladungslampe fliegen die Elektronen senkrecht zur Magnetfeldrichtung und werden durch die Lorenz-Kraft auf eine Schraubenlinie abgelenkt.) Blickt man durch das Fernrohr, so erkennt man eine Aufspaltung der Linien mit steigendem Magnetfeld. Bei einer Spannung von 16 Volt berühren sich die Linien schon fast.

In transversaler Polarisation kann man durch Drehen eines Polarisationsfilters die einzelnen Linien jeweils ausblenden. Der Test auf zirkuläre Polarisation im longitudinalen Aufbau ist mit eingebauter Lummer-Gehrcke-Platte nicht möglich, da durch Brechung in der Platte die zirkuläre Polarisation zerstört wird.

3.2 Eichung des Magnetfeldes

Bei Hoch- und Herunterfahren der Spannung durchläuft das Magnetfeld eine Hysteresekurve, die zunächst mit einer Hall-Sonde gemessen wird.

Das Teslameter wurde geeicht, die Daten der Eichung finden sich in Tabelle 11 im Anhang. Dort ist in den Diagrammen A und A auch die Eichkurve aufgetragen. Mit Hilfe des quadratischen Fits an diese Kurve korrigieren wir unsere Meßwerte. Die gemessenen und korrigierten Werte sind in Tabelle 1 eingetragen, und die Hysteresekurve mit den korrigierten Werten für das Magnetfeld ist in Abbildung 4 dargestellt.

Die später relevanten Werte (8 und 12 V) sind:

$$\begin{aligned} B(8 \text{ V}) &= 0.65 \pm 0.04 \text{ T} \\ B(12 \text{ V}) &= 0.92 \pm 0.05 \text{ T} \end{aligned}$$

3.3 Messung der Position der Interferenzstreifen

Die Spannung wird fest auf 8 bzw. auf 12 V eingestellt. Die Positionen der sichtbaren Linien werden nun auf einer absoluten Längenskala mit Hilfe einer Meßuhr bestimmt. Pro Ordnung werden die mittlere Linie ($\Delta M_J = 0$) gemessen, sowie die darunter- und darüberliegende Zeeman-aufgespalteten Linien. Die Meßwerte für 8 V sind in Tabelle 2 und jene für 12 V in Tabelle 3 eingetragen.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Verschiebung der Wellenlänge

Die Änderung der Wellenlänge ist gegeben durch

$$\Delta\lambda = \frac{\delta a}{\Delta a} \frac{\lambda^2}{2d\sqrt{n^2 - 1}} \quad (5)$$

Tabelle 1: Kalibration Magnetfeld. Der Ablesefehler der Spannung beträgt 0.02 Volt, die Magnetfeldstärke kann mit einer Genauigkeit von 0.005 Tesla bestimmt werden

U/V	B/T	$B_{\text{korrigiert}}/T$	U/V	B/T	$B_{\text{korrigiert}}/T$
0	0.020	0.019 ± 0.003	15	1.093	1.013 ± 0.047
1	0.098	0.095 ± 0.004	14	1.080	1.001 ± 0.046
2	0.178	0.174 ± 0.005	13	1.064	0.986 ± 0.045
3	0.274	0.267 ± 0.009	12	1.018	0.943 ± 0.042
4	0.355	0.344 ± 0.010	11	0.920	0.852 ± 0.036
5	0.455	0.437 ± 0.013	10	0.850	0.787 ± 0.032
6	0.541	0.516 ± 0.016	9	0.767	0.710 ± 0.028
7	0.624	0.591 ± 0.018	8	0.681	0.630 ± 0.023
8	0.709	0.666 ± 0.021	7	0.584	0.540 ± 0.019
9	0.786	0.734 ± 0.024	6	0.525	0.485 ± 0.017
10	0.877	0.811 ± 0.028	5	0.436	0.403 ± 0.014
11	0.930	0.856 ± 0.031	4	0.351	0.324 ± 0.011
12	0.985	0.902 ± 0.034	3	0.268	0.247 ± 0.009
13	1.020	0.931 ± 0.035	2	0.184	0.169 ± 0.006
14	1.080	0.979 ± 0.039	1	0.096	0.087 ± 0.004
15	1.132	1.021 ± 0.042	0	0.020	0.017 ± 0.003
16	1.155	1.040 ± 0.043			

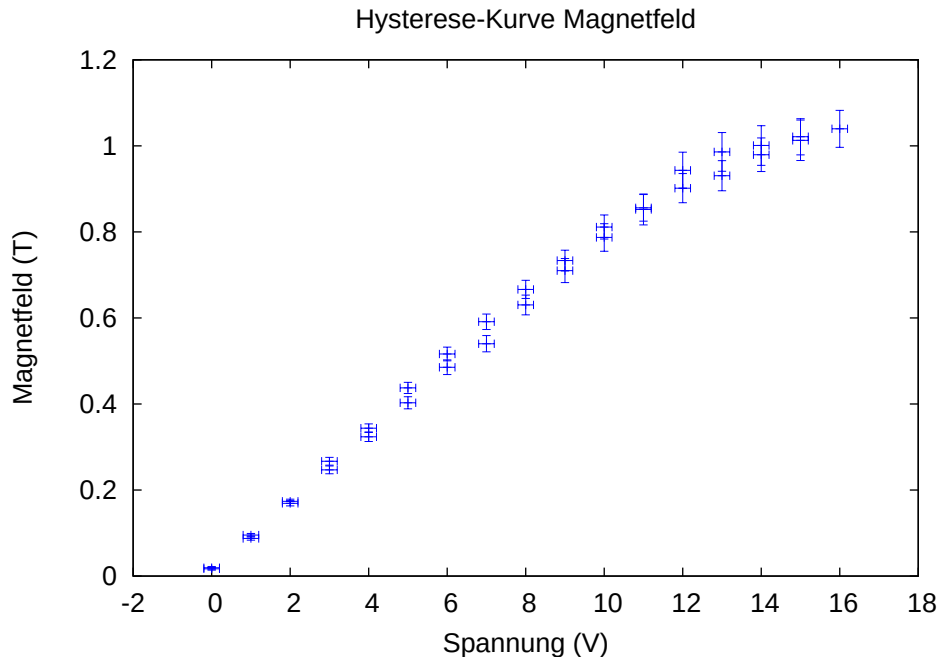


Abbildung 4: Hysterese-Kurve aus geeichten Werten

wobei $\lambda = 643.8 \text{ nm}$ die bekannte Wellenlänge der roten Cadmium-Linie ist (siehe Teil II), $d = 4.04 \text{ mm}$ die Dicke der Lummer-Gehrcke-Platte und $n = 1.4567$ der Brechungsindex ihres Quarzglas. Die Bestimmung des verbleibenden Terms $\frac{\delta a}{\Delta a}$ geschieht auf zwei Arten.

4.1.1 Methode I

δa , der Abstand der aufgespaltenen Linie zur Linie mit $M_J = 0$ wird ins Verhältnis gesetzt zu Δa , dem Abstand zur mittleren Linie der nächsten Ordnung, und zwar bei der nach oben aufgespaltenen Linie im Verhältnis zur Linie der höheren Ordnung und umgekehrt. Die berechneten Größen sind in Tabellen 4 und 5 aufgelistet.

An die Kurven wird ein konstanter Fit gemacht (s. Abb. 5) und die Ergebnisse sind:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta a}{\Delta a} \right)_{8\text{V}} &= 0.264 \pm 0.038 \\ \left(\frac{\delta a}{\Delta a} \right)_{12\text{V}} &= 0.358 \pm 0.046 \end{aligned}$$

4.1.2 Methode II

Eine andere Möglichkeit, das Verhältnis der Abstände zu bestimmen ist es, zunächst die Position der mittleren Linien gegen die Ordnung aufzutragen, an die Punkte ein Polynom zu fitten und mit Hilfe dieser Funktion die Ordnung der Aufspaltung zu bestimmen. Die Meßwerte mit dem Plot sind in Abbildung 6 dargestellt.

Als Fitkurve wurde eine quadratische Funktion $K(x) = Ax^2 + Bx + C$ gewählt, deren Parameter in Tabelle 6 aufgelistet.

Die absoluten Positionen werden nun mit Hilfe dieser so bestimmten Kurve $K(x)$ auf eine Ordnungszahl umgerechnet, die Mittelwerte mit statistischem Fehler sind:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta a}{\Delta a} \right)_{8\text{V}} &= 0.265 \pm 0.040 \\ \left(\frac{\delta a}{\Delta a} \right)_{12\text{V}} &= 0.356 \pm 0.045 \end{aligned}$$

was mit Methode I konsistent ist.

5 Ergebnisse

Mit dem so bestimmten $\frac{\delta a}{\Delta a}$ ergibt sich die Wellenlängenänderung nach Gleichung 5 für die beiden Magnetfeldstärken bei $U = 8 \text{ Volt}$ und $U = 12 \text{ Volt}$ zu:

$$\begin{aligned} (\Delta\lambda)_{8\text{V}} &= 0.013 \pm 0.002 \text{ nm} \\ (\Delta\lambda)_{12\text{V}} &= 0.017 \pm 0.002 \text{ nm} \end{aligned}$$

Tabelle 2: Messung der Abstände (8V)

k	a_{Mitte}	a_{unten}	a_{oben}
1	3.0		2.94
2	2.74	2.81	2.68
3	2.52	2.58	2.48
4	2.33	2.38	2.29
5	2.18	2.22	2.14
6	2.03	2.06	1.99
7	1.90	1.93	1.86
8	1.76	1.80	1.74
9	1.65	1.68	1.62
10	1.54	1.57	1.51
11	1.43	1.46	1.40
12	1.32	1.35	1.29
13	1.22	1.25	1.19
14	1.133	1.15	1.103
15	1.04	1.06	1.015

Tabelle 3: Messung der Abstände (12V)

k	a_{Mitte}	a_{unten}	a_{oben}
1	3.0		2.91
2	2.75	2.835	2.663
3	2.525	2.60	2.46
4	2.33	2.395	2.27
5	2.17	2.24	2.12
6	2.03	2.075	1.98
7	1.89	1.94	1.84
8	1.76	1.81	1.716
9	1.645	1.686	1.60
10	1.53	1.57	1.49
11	1.416	1.46	1.383
12	1.313	1.35	1.28
13	1.215	1.253	1.20
14	1.125	1.16	1.09
15	1.035	1.07	1.005

Tabelle 4: $\frac{\delta a}{\Delta a}$ für 8 Volt

k	$\left(\frac{\delta a}{\Delta a}\right)_{\text{oben}}$	$\left(\frac{\delta a}{\Delta a}\right)_{\text{unten}}$
1	0.23 ± 0.08	-
2	0.27 ± 0.09	0.27 ± 0.12
3	0.21 ± 0.09	0.27 ± 0.13
4	0.27 ± 0.13	0.26 ± 0.14
5	0.27 ± 0.13	0.26 ± 0.16
6	0.31 ± 0.15	0.20 ± 0.14
7	0.29 ± 0.14	0.23 ± 0.16
8	0.18 ± 0.15	0.29 ± 0.17
9	0.27 ± 0.16	0.27 ± 0.19
10	0.27 ± 0.16	0.27 ± 0.19
11	0.27 ± 0.16	0.27 ± 0.19
12	0.30 ± 0.18	0.27 ± 0.19
13	0.34 ± 0.21	0.30 ± 0.21
14	0.32 ± 0.20	0.20 ± 0.18
15	-	0.20 ± 0.19

Tabelle 5: $\frac{\delta a}{\Delta a}$ für 12 Volt

k	$\left(\frac{\delta a}{\Delta a}\right)_{\text{oben}}$	$\left(\frac{\delta a}{\Delta a}\right)_{\text{unten}}$
1	0.36 ± 0.10	-
2	0.39 ± 0.12	0.34 ± 0.14
3	0.33 ± 0.12	0.33 ± 0.15
4	0.38 ± 0.14	0.33 ± 0.16
5	0.36 ± 0.15	0.44 ± 0.20
6	0.36 ± 0.15	0.32 ± 0.18
7	0.39 ± 0.17	0.36 ± 0.19
8	0.38 ± 0.18	0.39 ± 0.21
9	0.39 ± 0.18	0.36 ± 0.21
10	0.36 ± 0.18	0.35 ± 0.21
11	0.32 ± 0.18	0.39 ± 0.22
12	0.34 ± 0.19	0.36 ± 0.23
13	0.17 ± 0.17	0.39 ± 0.24
14	0.39 ± 0.22	0.39 ± 0.26
15	-	0.39 ± 0.26

Tabelle 6: Fit-Parameter

Spannung	A	B	C
8 V	2.004 ± 0.031	-15.23 ± 0.12	28.65 ± 0.12
12 V	2.014 ± 0.029	-15.21 ± 0.12	28.54 ± 0.11

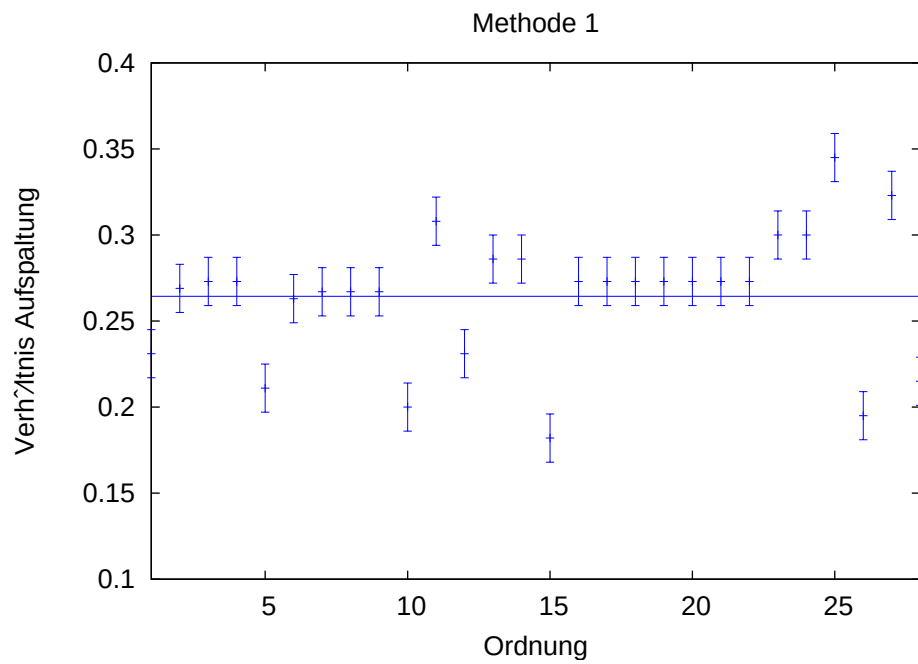


Abbildung 5: $\frac{\delta a}{\Delta a}$ gegen die Ordnung

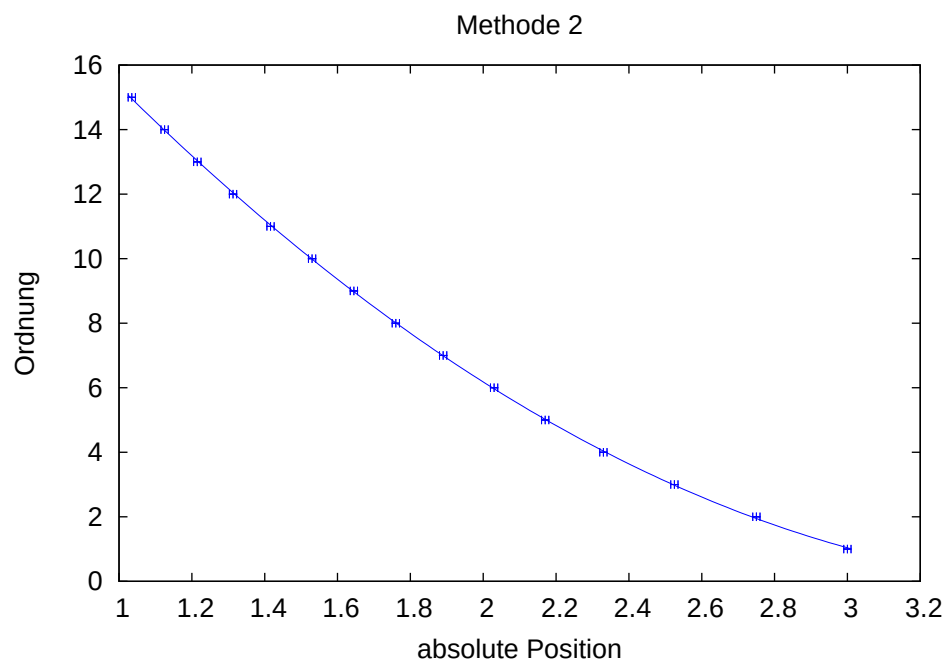


Abbildung 6: Ordnung k über der absoluten Position a für 8V

Tabelle 7: Methode II, 8 Volt

k	$K(a_{\text{oben}}) - k$	$K(a_{\text{unten}}) - k$
0	0.21	-
1	0.24	0.31
2	0.21	0.3
3	0.29	0.24
4	0.24	0.28
5	0.29	0.21
6	0.26	0.27
7	0.22	0.26
8	0.24	0.27
9	0.23	0.32
10	0.26	0.31
11	0.34	0.25
12	0.37	0.25
13	0.29	0.21
14	0.26	0.24

Tabelle 8: Methode II, 12 Volt

k	$K(a_{\text{oben}}) - k$	$K(a_{\text{unten}}) - k$
0	0.34	-
1	0.32	0.39
2	0.31	0.39
3	0.39	0.33
4	0.35	0.42
5	0.32	0.35
6	0.37	0.39
7	0.37	0.39
8	0.36	0.38
9	0.35	0.37
10	0.36	0.37
11	0.37	0.32
12	0.19	0.36
13	0.35	0.39
14	0.29	0.43

Daraus erhält man die Energieverschiebung

$$\Delta E = h\Delta f = hc \left(\frac{1}{\lambda - \Delta\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right)$$

$$(\Delta E)_{8V} = (6.23 \pm 0.96) \times 10^{-24} \text{ J}$$

$$(\Delta E)_{12V} = (8.15 \pm 0.96) \times 10^{-24} \text{ J}$$

Das Plancksche Wirkungsquantum h ist mit hinreichender Genauigkeit bekannt: $h = 6.626075510^{-34} \text{ Js}$, ebenso wie die Lichtgeschwindigkeit $c = 299\,792\,458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Gemäß Gleichung 4 ergibt sich das Bohrsche Magneton zu

$$\mu_{B,8V} = (9.6 \pm 1.6) \times 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$$

$$\mu_{B,12V} = (8.9 \pm 1.2) \times 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$$

mit einem Mittelwert von

$$\mu_B = (9.3 \pm 1.0) \times 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$$

was innerhalb des Fehlers mit dem Literaturwert von $\mu_{B,\text{Literatur}} = 9.274015410^{-24} \text{ J/T}$ übereinstimmt.

Teil II

Bestimmung von Wellenlängen

In diesem Teil soll mit Präzisionsspektroskopie die Wellenlänge der roten Cadmium-Linie bestimmt werden. Wir benutzen dazu ein Czerny-Turner-Spektrometer und eine CCD-Kamera. Die Daten werden von einem PC aufgezeichnet und zur Kalibration dient eine Neon-Lampe.

6 Versuchsanordnung

6.1 Czerny-Turner-Spektrometer

Das Licht der Cadmium- und Neon-Lampe wird über eine Weiche in eine Glasfaser eingekoppelt, die auf den Spalt gerichtet ist. Damit ist die Position der Lampe fixiert. Das Licht fällt hinter dem Spalt auf einen Spiegel, dessen Fokuslänge gerade dem Abstand entspricht, so daß paralleles Licht auf ein dispersives Reflexionsgitter fällt. Der zweite Spiegel fokussiert den Strahl in die CCD-Kamera.

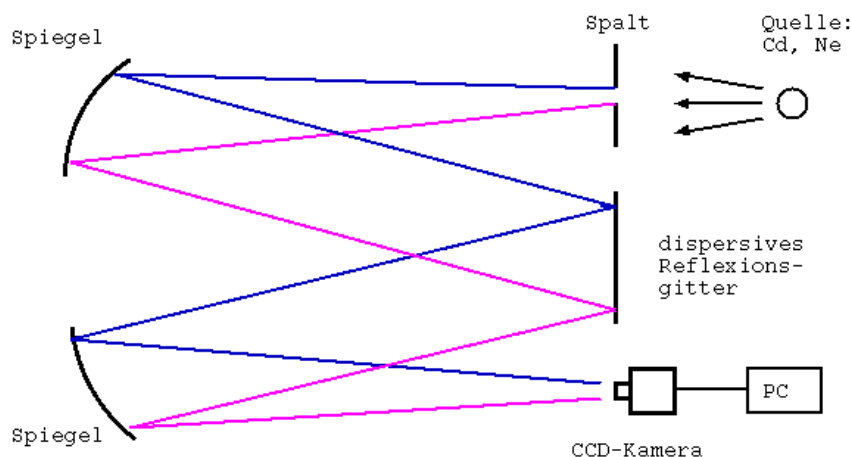


Abbildung 7: Skizze Czerny-Turner-Spektromter

Die CCD-Kamera nimmt also pro vorhandener Wellenlänge ein Abbild des Spaltes auf, durch den das Licht fällt. Aufgrund der Spiegel erscheint der Spalt allerdings nicht senkrecht sondern leicht gekrümmt, was zu Fehlern führen würde, wenn man für das Spektrum die vertikalen Spalten aufaddiert. Da wir genügend Lichtintensität zur Verfügung haben, wird das 512 Pixel hohe Fenster auf wenige Pixel eingeschränkt.

6.2 CCD-Kamera

Die Kamera nimmt ein schwarz-weißes Bild der Größe 2048x512 Pixel auf. Jeder Pixel besteht hierfür aus einem Halbleiter. Fällt ein Photon mit ausreichender Energie (Größenordnung 1 eV) auf das Halbleitermaterial, so kann ein Elektron aus dem Valenzband ins Leitungsband gehoben werden und ein Strom kann fließen. Die CCD-Kamera (CCD steht

für „Charged Coupled Device“) wird spaltenweise ausgelesen. Ein ADC für jede Reihe übermittelt die Daten an den PC.

Zur Verminderung von thermischem Rauschen wird die Kamera mit flüssigem Stickstoff gekühlt. Die Verteilung von thermischen Elektronen folgt einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung. Bei geringerer Temperatur verschiebt sich das Maximum hin zu kleinerer Energie und die Flanken werden tiefer. Die Rate von thermischen Elektronen bei Kühlung liegt etwa bei 1 Elektron pro Sekunde und Pixel.

6.3 Software

Als Software wird das Windows-Programm SpectraMax benutzt, das zu dem Interferometer gehört. Das Programm kann eine sogenannte „Linearisierung“ durchführen und stellt die Counts dann nicht über den Pixeln der Kamera dar, sondern über einer Wellenlänge. Die absolute Skala ist jedoch verschoben und die Abbildung verzerrt. Für die Kalibration und die Präzisionsmessung ist deshalb direkt über die Pixel aufzutragen und die Linearisierung auszuschalten. Man beachte, daß Spektren durch die Linearisierung im Programm gespiegelt dargestellt werden.

Die Intensität des Signals kann über mehrere Mechanismen verändert werden. Sie soll so eingestellt werden, daß die Bandbreite der CCD-Kamera ausgenutzt wird. Die Kamera kann pro Pixel ein 16-bit-Wert speichern, also Zahlen bis $2^{16} = 65536$.

Dafür bietet sich einmal die Veränderung der Spaltbreite an. Beugung am Spalt spielt dabei keine Rolle, da übliche Spaltbreiten von $25\text{ }\mu\text{m}$ wesentlich größer als die zu beobachtenden Wellenlängen im sichtbaren Bereich sind. Allerdings ist das einfallende Licht keine ebene Welle, sondern eine Verteilung mit einem eindeutigen Maximum. Bei der Abbildung durch den Spalt wird die Position der Quelle aus dem Mittelwert des beobachteten Ausschnittes dieser Intensitätsverteilung bestimmt. Sitzt die Quelle nicht direkt zentriert zum Spalt, verschiebt sich die Position der Quelle durch das Ändern der Spaltbreite. Deshalb ist es nicht empfehlenswert, die Spaltbreite zwischen Kalibration und Präzisionsmessung zu verändern.

Zusätzlich ist zu beachten, daß nach einer Kalibration keine Motoren bewegt werden dürfen, etwa um Spaltbreiten oder Spiegel einzustellen. In der Software ist deshalb auch immer auf „Cancel“ statt „OK“ zu drücken, sofern man nur Einstellungen überprüfen will.

Die Intensität kann schließlich durch die Belichtungszeit der Kamera eingestellt werden. Werte können je nach Stärke der Linie zwischen 30 ms und 30 s variieren.

7 Versuchsdurchführung

7.1 Übersicht Neon-Spektrum

Wir nehmen zunächst ein (von der Software „linearisiertes“) Spektrum der Neon-Lampe auf. Die Wellenlängen der Neon-Lampe sind bekannt und verzeichnet. Für eine grobe Übersicht wird das gesamte Spektrum aufgenommen und die einzelnen Linien werden identifiziert.

Dabei ist zusätzlich zu beachten daß ca. alle 20 nm die Spiegel nachgeführt werden und dies dazu führen kann, daß Peaks gespalten werden. Die Kalibrierung für die Präzisionsmessung muß somit in 20 nm passen.

In 8 ist das gesamte Kalibrationsspektrum von Neon dargestellt, der ausgewählte Bereich ist rot markiert. Die Wellenlängen der vier Neon-Peaks sind: 638.30 nm, 640.23 nm, 650.65 nm, 653.29 nm (s.a. Tabelle 9).

7.2 Kalibrierung mit Neon-Lampe und Präzisionsmessung Cadmium-Lampe

Für die Kalibrationsmessung wird ein Fenster um 662 nm ausgewählt, in dessen Mitte wir die Cadmium-Linie erwarten und das Spektrum der Neon-Lampe aufgenommen.

Die Cadmium-Lampe wird angeschaltet. Sie braucht einige Zeit bis sie hell leuchtet, in der die Kalibrierung durch Veränderungen der Umwelt an Qualität verliert. Deshalb ist eine erneute Kalibration direkt im Anschluß an die Messungen nötig.

Es wird das Spektrum der Cadmium-Linie aufgenommen, wobei die Intensität so eingestellt wird, daß die rote Linie gut sichtbar ist. Bei kleinerer Wellenlänge ist ein zusätzlicher kleiner Peak zu sehen, der auch identifiziert werden soll. Dafür wird die Intensität stark erhöht und das Spektrum erneut aufgenommen. Die Peaks liegen soweit voneinander entfernt, daß der unbekannte Peak durch die Übersättigung der roten Linie nicht beeinflusst wird.

Die Kalibrationsmessungen der Neon-Lampe sowie die Präzisionsmessung der Cadmium-Lampe sind in Abbildung 9 übereinandergeblendet.

8 Auswertung

8.1 Überlegungen zu Auflösung und Fit

Die Linienbreite beträgt ungefähr acht Pixel. Die Auflösung der Wellenlänge wird im schlechtesten Fall durch die Pixelbreite bestimmt. Der CCD-Chip ist 2048 Pixel breit, für ein Spektrum von 50 nm Breite ergibt sich dadurch ein Fehler von ungefähr 0.025 nm.

Durch Fit an die Verteilung der Linie kann die Auflösung jedoch auf den Subpixel-Bereich verbessert werden. Dafür sind Kenntnisse über die Linienform nötig: Die natürliche Linienbreite wird beschrieben durch eine Lorentz-Kurve. Durch verschiedene Mechanismen wird die Linie allerdings verbreitert. Dies kann z.B. geschehen durch thermische Bewegung der Ne-Atome, Einflüsse von Temperatur, Druck oder Eigenschaften des Spektrometers wie die Qualität des Gitters oder der Spaltform. Diese Einflüsse führen normalerweise zu einer Gauß-Verteilung.

Die theoretische Linienform ist damit als Faltung einer Lorentz- und einer Gauß-Verteilung gegeben, was auf ein sogenanntes Voigt-Profil führt. Dies ist jedoch analytisch nicht darstellbar, so daß in der Praxis eine Linearkombination der Form „ $(1 - \mu)$ Lorentz + μ Gauß“ von Lorentz- und Gauß-Kurve an die Meßdaten gefittet wird.

8.2 Bestimmung der Wellenlänge der bekannten Neon-Linien

In den Abbildungen 10, 11 und 12 sind exemplarisch drei Peaks aus der zweiten Kalibration mit den gefitteten Profilen dargestellt.

Die Ergebnisse sowie die bekannten Wellenlängen sind in Tabelle 9 eingetragen.

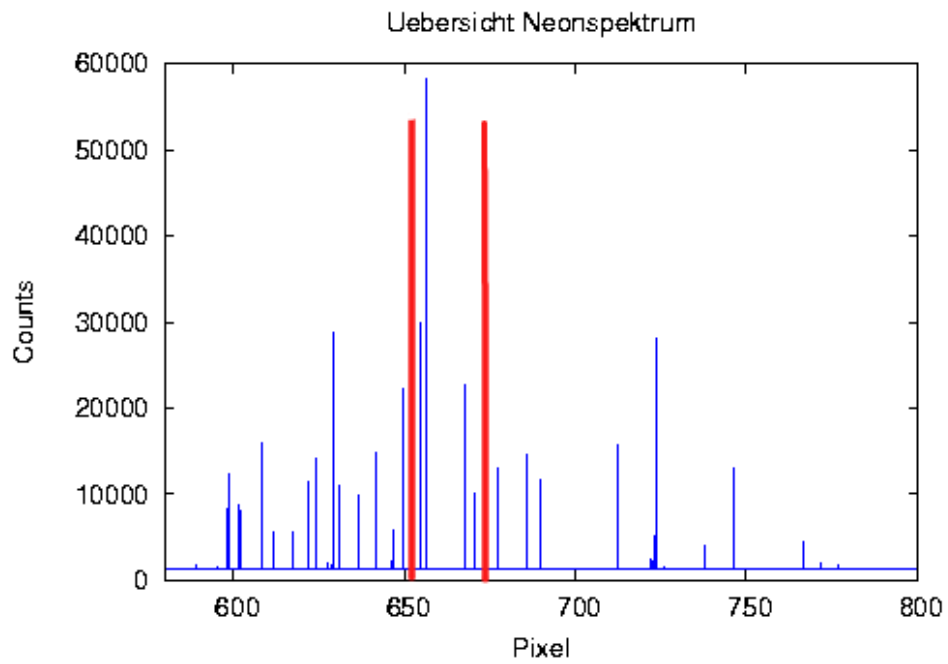


Abbildung 8: Übersicht über das Neon-Spektrum

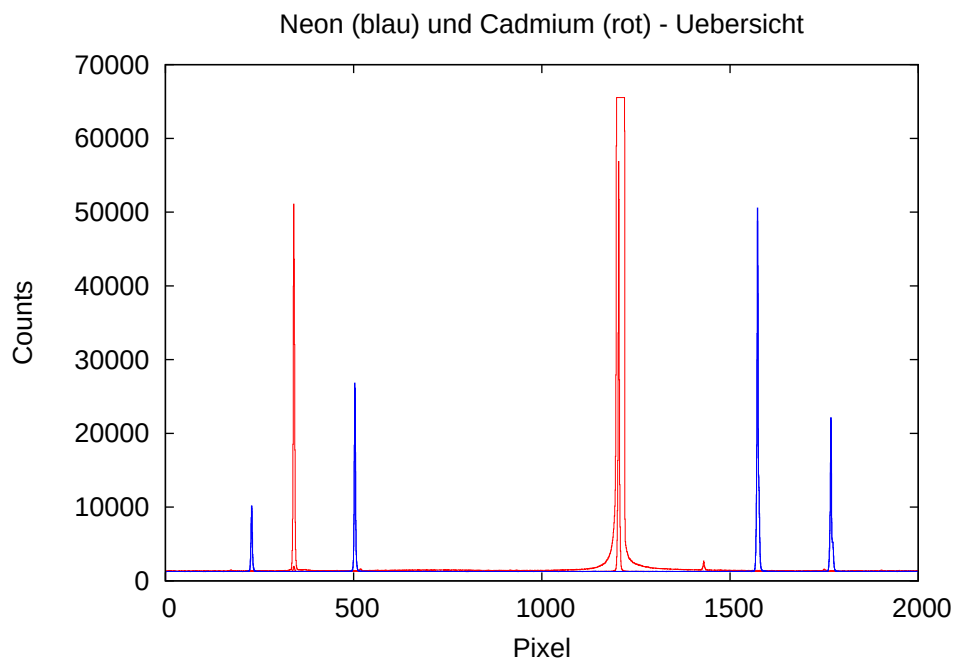


Abbildung 9: Kalibrations- (Ne) und Präzisionsmessungen (Cd)

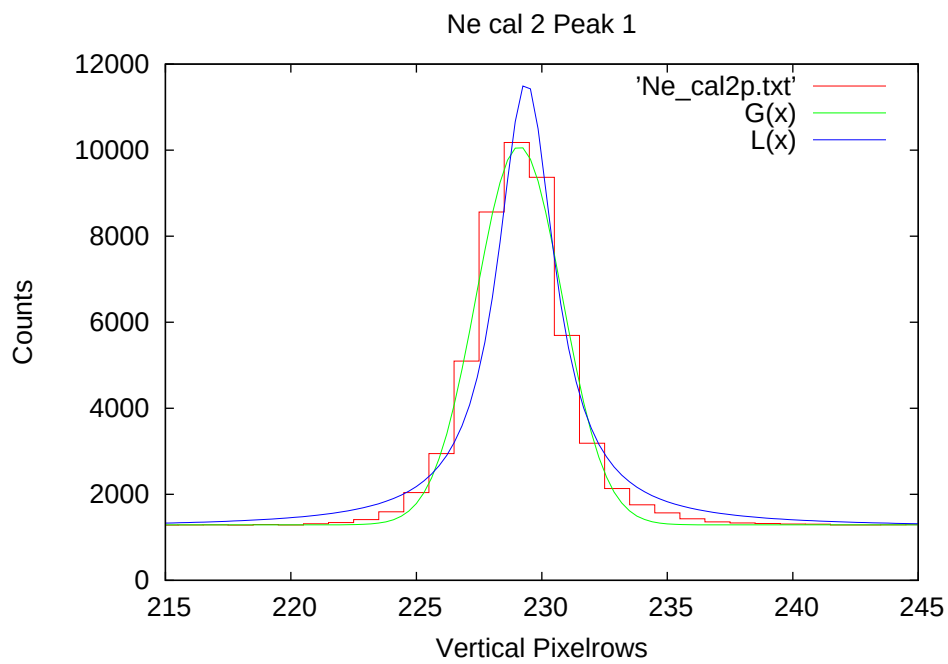


Abbildung 10: Fit an den ersten Peak des Neon-Spektrum

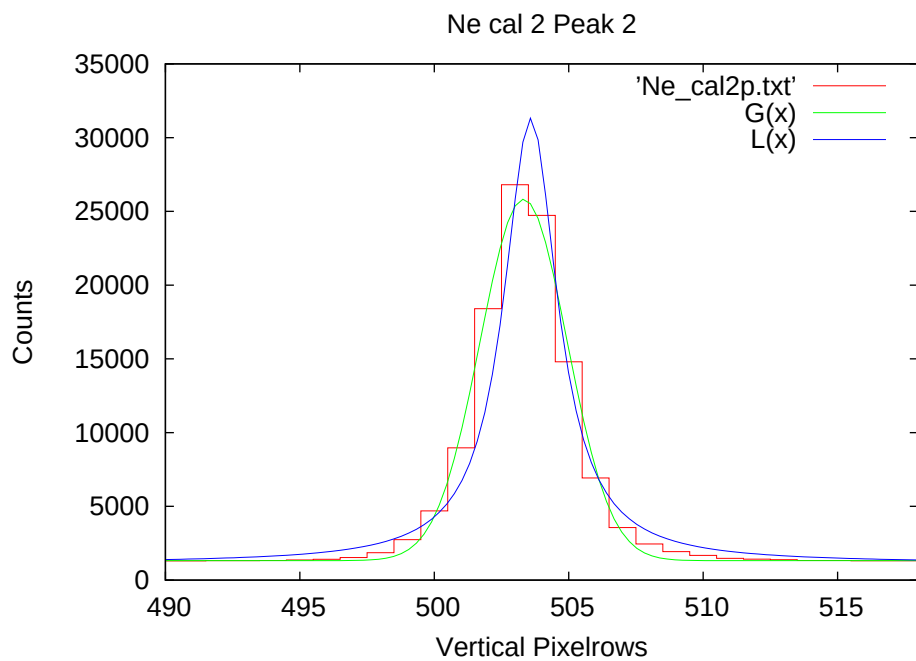


Abbildung 11: Fit an den zweiten Peak des Neon-Spektrum

Tabelle 9: Eichung mit den Wellenlängen von Neon

λ (nm)	Literaturwert (nm)	1. Kalibrierung		2. Kalibrierung	
		Gauß (Pixel)	Lorentz (Pixel)	Gauß (Pixel)	Lorentz (Pixel)
$\lambda_{1,\text{Ne}}$	653.28824	229.3 ± 1.7	229.4 ± 1.4	229.1 ± 1.7	229.2 ± 1.4
$\lambda_{2,\text{Ne}}$	650.65277	503.5 ± 1.6	503.6 ± 1.2	503.3 ± 1.6	503.6 ± 1.2
$\lambda_{3,\text{Ne}}$	640.2248	1573.5 ± 2.3	1573.4 ± 1.5	1573.3 ± 2.7	1573.3 ± 1.5
$\lambda_{4,\text{Ne}}$	638.29914	1768.2 ± 2.3	1768.2 ± 1.6	1768.1 ± 2.4	1768 ± 2

Mit Hilfe der acht Werte jeder Kalibrationsmessung können nun Eichurven (Abbildung 13 und 14) erstellt werden. Wir verwenden die quadratische Fit-Funktion $p(x) = ax^2 + bx + c$, deren Parameter in Tabelle 10 aufgelistet sind. Mit Hilfe dieser Funktion kann dann die Wellenlänge der Cadmium-Linien bestimmt werden.

Tabelle 10: Eichung mit den Wellenlängen von Neon

Parameter	1. Kalibrierung	2. Kalibrierung
a	$-1.05410^{-07} \pm 2.2 \cdot 10^{-09}$	$-1.067 \cdot 10^{-07} \pm 2.210^{-09}$
b	$-0.0095292 \pm 4.5 \cdot 10^{-06}$	$-0.0095266 \pm 4.5 \cdot 10^{-06}$
c	655.479 ± 0.0014	655.476 ± 0.091

8.3 Bestimmung der roten Cd-Linie

Der Fit an die rote Cd-Linie ist in Abbildung 15 dargestellt. Das Ergebnis ist

$$a_{\text{rot,Gauß}} = 1204.34 \pm 0.03 \text{ Pixel}$$

für den Gaußfit und

$$a_{\text{rot,Lorenz}} = 1204.45 \pm 0.03 \text{ Pixel}$$

für den Lorenzfit. Gewichtet man diese mit jeweils 50% so erhält man als gemeinsamen Wert

$$a_{\text{rot}} = 1204.395 \pm 0.021 \text{ Pixel}$$

Dieser Wert wird mit Hilfe der Neon-Eichkurve in die entsprechende Wellenlänge übersetzt. Ergebnis:

$$\lambda_{\text{Cd,rot,cal1}} = 643.8490 \pm 0.0064 \text{ nm}$$

wenn man die erste Kalibrierung nutzt und

$$\lambda_{\text{Cd,rot,cal2}} = 643.848 \pm 0.091 \text{ nm}$$

wenn man die zweite Kalibrierung nutzt. Zur Fehlerberechnung wurde hierbei folgende Formel verwendet:

$$\delta x = \sqrt{((ax + b)\delta x)^2 + (x^2\delta a)^2 + (x\delta b)^2 + \delta c^2}$$

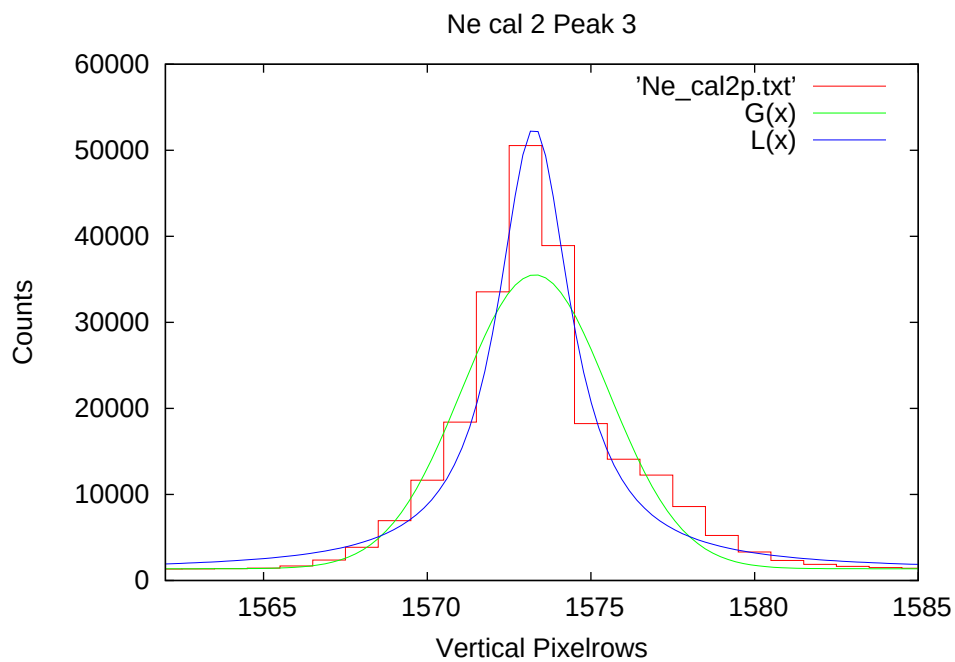


Abbildung 12: Fit an den zweiten Peak des Neon-Spektrum

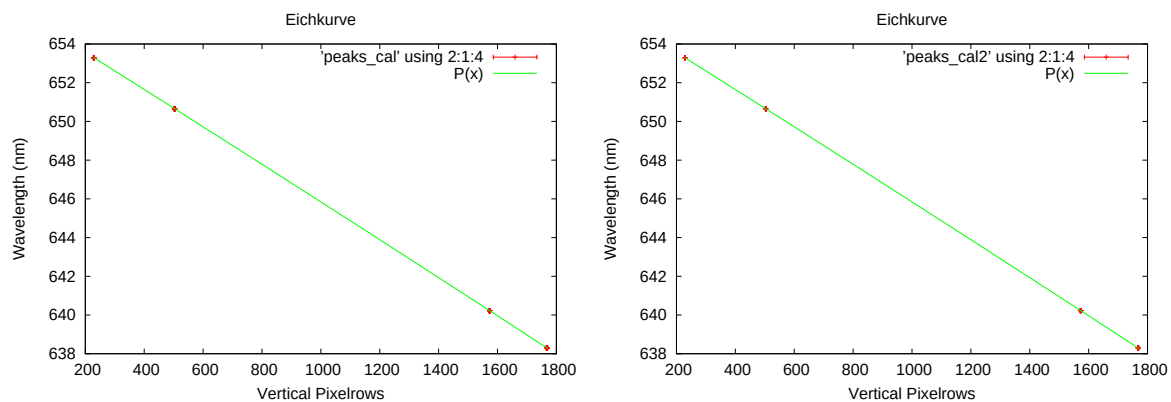


Abbildung 13: Eichkurve nach der ersten Messung Abbildung 14: Eichkurve nach der zweiten Messung

8.4 Identifizierung der unbekannten Linie der Cd-Lampe

Auf die gleiche Weise wird zunächst die Position der unbekannten Linie im Cadmiumspektrum (Abbildung 16) bestimmt:

$$a_{\text{unbekannt,Gau\ss}} = 341.405 \pm 0.01897 \text{ Pixel}$$

$$a_{\text{unbekannt,Lorenz}} = 341.404 \pm 0.05302 \text{ Pixel}$$

Da der Gauß hier einiges besser passt wird dieser nun mit 70% gewichtet:

$$a_{\text{unbekannt}} = 341.405 \pm 0.021 \text{ Pixel}$$

Die gleiche Umrechnung wie zuvor liefert:

$$\lambda_{\text{Cd,unbekannt,cal1}} = 652.2132 \pm 0.0021 \text{ nm}$$

$$\lambda_{\text{Cd,unbekannt,cal2}} = 652.212 \pm 0.091 \text{ nm}$$

Eine Recherche bei [3] führt uns auf Wolfram, das ein bekanntes Kathodenmaterial ist, und eine Wellenlänge von 652.198 nm besitzt. Xenon als Spurengas könnte eine weitere Möglichkeit sein, hier liegt die Wellenlänge bei 652.1508 nm.

9 Ergebnisse

Für die rote Cadmiumlinie fanden wir diesen Wert:

$$\lambda_{\text{Cd,rot,cal2}} = 643.848 \pm 0.091 \text{ nm}$$

Der Literaturwert ist nach [3]:

$$643.8470 \text{ nm}$$

Mit diesem stimmt unser Wert innerhalb des Fehlers überein.

Bei der unbekannten Linie im Spektrum handelt es sich vermutlich um Wolfram, da dieses eine Linie bei 652.198 nm besitzt. Unser Wert für die Wellenlänge der unbekannten Linie:

$$\lambda_{\text{Cd,unbekannt,cal2}} = 652.212 \pm 0.091 \text{ nm}$$

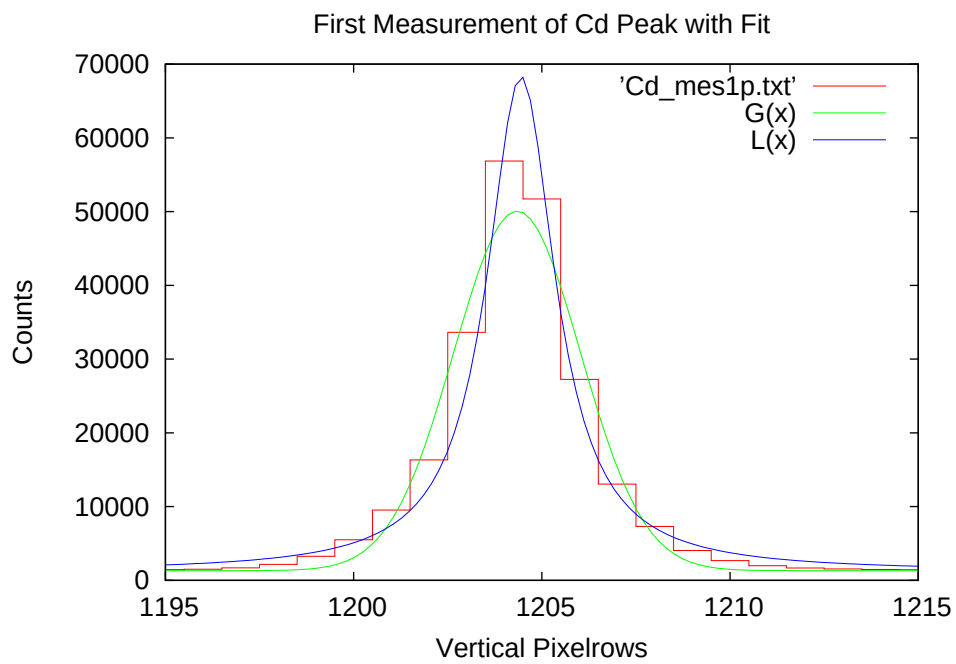


Abbildung 15: Rote Cd-Linie mit Fit

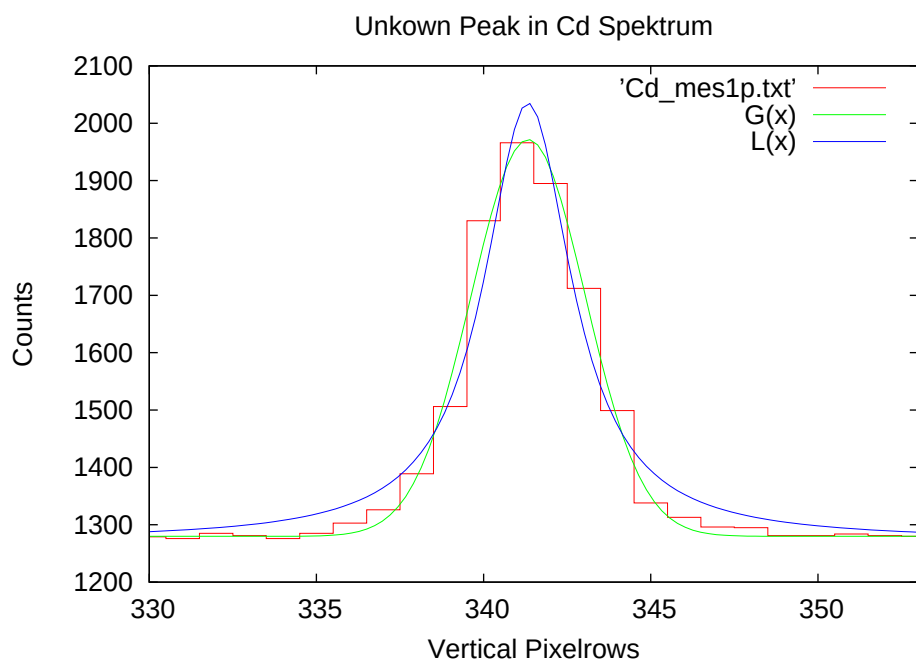


Abbildung 16: Unbekannte Cd-Linie mit Fit

10 Diskussion

Im ersten Teil des Versuches maßen wir für μ_B folgenden Wert:

$$\mu_B = (9.3 \pm 1.0) \times 10^{-24} \frac{\text{J}}{\text{T}}$$

Hiermit haben wir erfolgreich den Literaturwert von $\mu_{B,\text{Literatur}} = 9.274015410^{-24} \text{ J/T}$ bestätigt. Der Fehler ist noch recht groß. Hier haben wir das eigentliche Potential der Lummer-Gercke-Platte nicht wirklich ausgenutzt. Durch ein paar mehr Messungen hätte der Fehler ohne weiteres verkleinert werden können. Allerdings ist die Messung durch das Teleskop recht anstrengend. Zumal man die Positionsmessung über Stellschraube und eine analoge Anzeige vornimmt. Eine Aufnahme des Bildes durch einen LCD-Chip würde diese Messung weit weniger anstrengend machen und so mehr Messungen begünstigen. Dennoch ist es faszinierend wie gut man diesen Effekt mit recht einfachen Mitteln beobachten kann.

Im zweiten Teil des Versuches untersuchten wir die rote Linie von Cadmium. Für ihre Wellenlänge fanden wir:

$$\lambda_{\text{Cd,rot,cal2}} = 643.848 \pm 0.091 \text{ nm}$$

Auch dies stimmt mit dem Literaturwert von 643.8470 nm innerhalb des Fehlers überein.

Leider gestaltete sich ausgerechnet bei der zweiten Kalibrationsmessung, welche zeitlich näher bei der eigentlichen Messung lag, das Fitten der Kalibrationskurve schwieriger. Dadurch erhalten wir leider genau hier einen recht großen Fehler.

Für die unbekannte Linie im Cadmium-Spektrum fanden wir eine Wellenlänge von:

$$\lambda_{\text{Cd,unbekannt,cal2}} = 652.212 \pm 0.091 \text{ nm}$$

Dies identifizierten wir mit Wolfram, das als Kathodenmaterial eingesetzt wird und eine Wellenlänge von 652.198 nm besitzt. Eine andere Möglichkeit wäre Xenon, was laut [4] in Cadmiumlampen als Startgas eingesetzt wird. Hier liegt die Wellenlänge bei 652.1508 nm.

Insgesamt war dieser Versuch sehr interessant. Nicht nur, weil wir auf recht Verschiedene Arten Spektren nahmen, sondern auch weil uns unser Assistent auf viele Fallen hinwies, auf die man beim Messen achten muß. So haben wir bei diesem Versuch viele Dinge geübt, die uns auch beim späteren Messen hoffentlich helfen werden.

Literatur

- [1] Normaler Zeeman-Effekt, Leybold Handblätter Physik, P6.2.7.1
- [2] Zeeman-Effekt, Praktikums-Anleitung
- [3] NIST Atomic Spectra Database,
http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/lines_form.html
- [4] Wikipedia, <http://de.wikipedia.org>

A Eichung Teslameter

Tabelle 11: Eichung des Teslameters

Voltage Increasing	B old	B accurate	Voltage Decreasing	B	B accurate
0	0.006	0.004	16	0.965	0.885
1	0.079	0.075	15	0.876	0.866
2	0.159	0.155	14	0.893	0.826
3	0.225	0.223	13	0.84	0.786
4	0.304	0.291	12	0.801	0.745
5	0.382	0.362	11	0.74	0.682
6	0.444	0.425	10	0.689	0.624
7	0.518	0.495	9	0.617	0.571
8	0.568	0.557	8	0.542	0.507
9	0.666	0.637	7	0.485	0.446
10	0.722	0.688	6	0.422	0.39
11	0.803	0.723	5	0.335	0.326
12	0.848	0.766	4	0.28	0.252
13	0.889	0.807	3	0.218	0.199
14	0.907	0.867	2	0.14	0.13
15	0.942	0.87	1	0.074	0.066
16	0.965	0.885	0	0.006	0.004

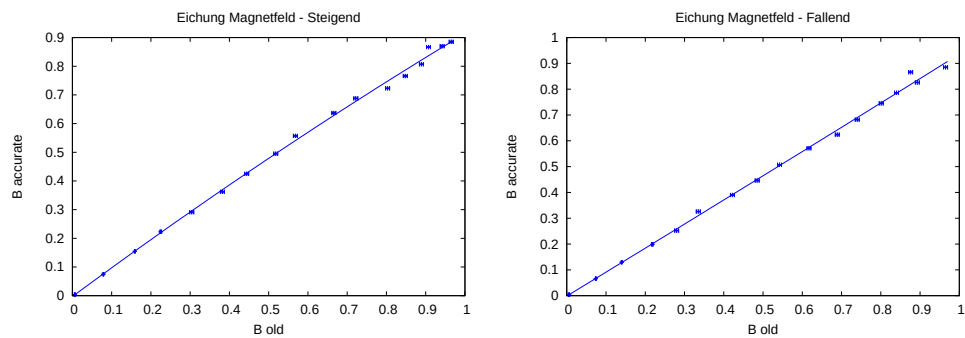


Abbildung 17: Eichung Teslameter