

1 Statistische Messunsicherheiten

Die verwendeten Formeln sind hier jeweils anzugeben.

- a) Arithmetisches Mittel: $\bar{T} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i = \dots = \frac{48^\circ\text{C}}{4} = 12^\circ\text{C}$
- b) Standardabweichung: $\Delta T = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (T_i - \bar{T})^2} = \dots = \sqrt{2}^\circ\text{C} \approx 1.41^\circ\text{C}$
- c) Fehler des Mittelwerts aus n Messungen: $\Delta\bar{T} = \frac{\Delta T}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{2}}{2}^\circ\text{C} \approx 0.71^\circ\text{C}$

2 Gute Frage!?

- Geschwindigkeit und Beschleunigung einer Punktmasse sind stets parallel. **falsch**
- Der Schwerpunkt eines Systems von Punktmassen liegt stets dem schwersten Punkt am nächsten. **falsch**
- Das Neptun-Jahr dauert länger als das Jahr auf der Erde. **richtig**
- Das Newtonsche Trägheitsprinzip ist Galilei-invariant. **richtig**
- In einem Aufzug, der mit konstanter Geschwindigkeit aufwärts fährt, zeigt die Waage, auf der Sie stehen, ein größeres Gewicht an, als wenn dieser steht. **falsch**
- In einem rotierenden Bezugssystem S' ist die Corioliskraft auf einen Körper unabhängig vom Ort $\vec{r}'$, an dem er sich befindet. **richtig**
- Ein Vollzylinder rollt eine schiefe Ebene schneller herunter als ein Rohr mit gleicher Masse und gleichem Radius **richtig**
- Der Drehimpuls einer Punktmasse, die sich geradlinig und mit konstanter Geschwindigkeit bewegt, ist immer null. **falsch**
- Die thermische Energie $k_B T$ beträgt bei Zimmertemperatur etwa 40 eV. **falsch**
- Der Auftrieb eines Körpers ist betragsmäßig gleich dem Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit. **richtig**
- Die Bernoulli-Gleichung ist äquivalent zur Erhaltung der mechanischen Energie $E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$. **richtig**
- Bei linearer Dehnung eines Festkörpers bleibt das Volumen stets konstant. **falsch**
- Wird einem Gas bei konstantem Volumen die Wärme Q zugeführt, so steigt die Temperatur stärker, als wenn es sich dabei ausdehnen kann. **richtig**

3 Auf dem See

Es wirken keine äußeren Kräfte, d.h. der Schwerpunkt bleibt erhalten.

Wenn Alice und Bob aufeinander getroffen sind, befinden Sie sich offensichtlich in ihrem gemeinsamen Schwerpunkt. Da der gem. Schwerpunkt zu Anfang und Ende an der gleichen Stelle ist (die Boote ruhen zunächst), können wir ihn mit den gegebenen Zahlen berechnen:

$$x_0 = \frac{x_A m_A + x_B m_B}{m_A + m_B} = \dots = 280 \text{ m}$$

4 Trägheitsmoment

a) Für das Trägheitsmoment gilt allgemein: $I = \int r^2 dm$.

Massenelement in Zylinderkoordinaten allgemein: $dm = \varrho r dr d\varphi dz$. Mit $\varrho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\pi R^2 z}$ lässt sich die z-Integration direkt ausführen (homogene Dichte), und damit $dm = \frac{M}{\pi R^2} r dr d\varphi$. Also:

$$I = \int_0^R \int_0^{2\pi} r^2 \frac{M}{\pi R^2} r dr d\varphi = \frac{M}{\pi R^2} \int_0^R r^3 dr \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{M}{\pi R^2} \cdot \frac{1}{4} R^4 \cdot 2\pi = \frac{1}{2} M R^2$$

b) Steinerscher Satz für Drehung um eine Achse im Abstand R vom Schwerpunkt:
 $I' = I_{\text{Schwerpunkt}} + M R^2 = \frac{1}{2} M R^2 + M R^2 = \frac{3}{2} M R^2$. Ergebnis aus Teil a) entspricht wegen der Rotationssymmetrie dem Trägheitsmoment um den Schwerpunkt.

5 Stoßvorgänge

- 2. Zeile: „1“, „elastisch“
- 3. Zeile: $u_1 = 0$, $u_2 = -v_2$.
- 4. Zeile: „1“, „inelastisch“
- 5. Zeile: „1“, „inelastisch“

6 Schneeball

Wegen der Reibungsfreiheit gilt die Drehimpulserhaltung (keine äußeren Drehmomente). Drehimpulsbilanz bzgl. der Türaufhängung:

$$\begin{aligned} L_{\text{Ball}} &= L'_{\text{Ball}} + L_{\text{Tuer}} \\ m v b &= I_{\text{Ball}} \omega + I_{\text{Tuer}} \omega \\ m v b &= \omega (m b^2 + I_{\text{Tuer}}) \\ \Rightarrow \omega &= \frac{m v b}{m b^2 + I_{\text{Tuer}}} = \dots = 0.394 \frac{1}{\text{s}} \end{aligned}$$

7 Atwood

Bewegungsgleichung der Masse:

$$m \cdot a = m \cdot g - F_S \quad (1)$$

Bewegungsgleichung der Rolle (mit der Winkelbeschleunigung $\alpha = \dot{\omega}$):

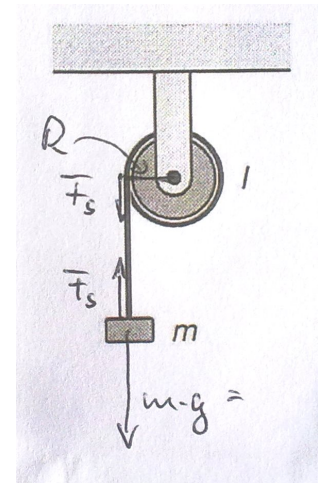
$$I \cdot \alpha = F_S \cdot R \Rightarrow F_S = \frac{I \cdot \alpha}{R} \quad (2)$$

Annahme, dass der Faden sich nicht dehnt:

$$a = R \cdot \alpha \quad (3)$$

(2) und (3) in (1):

$$\begin{aligned} ma + I \frac{a}{R^2} &= mg \\ a \left(m + \frac{I}{R^2} \right) &= mg \\ \Rightarrow a &= \frac{mg}{m + \frac{I}{R^2}} = \frac{g}{1 + \frac{I}{mR^2}} = \dots = 4.91 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$



8 Statik

Die Summe der inneren Kräfte und inneren Drehmomente muss jeweils 0 sein; äußere Kräfte sind nicht vorhanden (Statik!):

$$\sum_i \vec{F}_i = 0 \quad \text{und} \quad \sum_i \vec{M}_i = 0$$

Die Kraft im Lager an der Wand ist zunächst unbekannt, bestimme daher zunächst nur die Drehmomentbilanz im Lager. Damit erzeugt die Kraft im Lager kein Drehmoment. Drehmoment durch Seilkraft ist gleich Summe aus Drehmoment durch Gewichtskraft der Masse m plus Drehmoment durch Gewichtskraft der Stabmasse M :

$$\begin{aligned} M_S &= M_m + M_M \\ F_S \frac{L}{2} &= mgL \sin \alpha + Mg \frac{L}{2} \sin \alpha \\ F_S &= (M + 2m)g \sin \alpha = \dots = 1962 \text{ N} \end{aligned}$$

9 Schwingungen

- a) Bei kleinen Auslenkungen wirkt nach dem Hookschen Gesetz für Festkörper eine rückstellende Kraft, die linear von der Auslenkung abhängt: $F_R = -kz$ mit der Federkonstanten k des Materials.

Bewegungsgleichung des Systems: $\ddot{z}m = -kz \Rightarrow \ddot{z} = -\frac{k}{m}z$.

- b) Es handelt sich um einen harmonischen Oszillator mit Kreisfrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Bestimme zunächst k : Hooksches Gesetz für Festkörper mit Länge l unter Normalspannung σ :

$$\begin{aligned}\frac{\Delta l}{l} &= \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{E r^2 \pi} \\ \Rightarrow F &= \Delta l \cdot \frac{E r^2 \pi}{l} = \Delta l \cdot k \\ \Rightarrow k &= \frac{E r^2 \pi}{l} = \dots = 69 \frac{\text{kN}}{\text{m}}\end{aligned}$$

Also:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{E r^2 \pi}{m l}} = \dots = 26.3 \frac{1}{\text{s}}$$

- c) Kinetische Energie allgemein: $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$. Mit der Bedingung $z(t=0) = 0$ gilt für die Auslenkung:

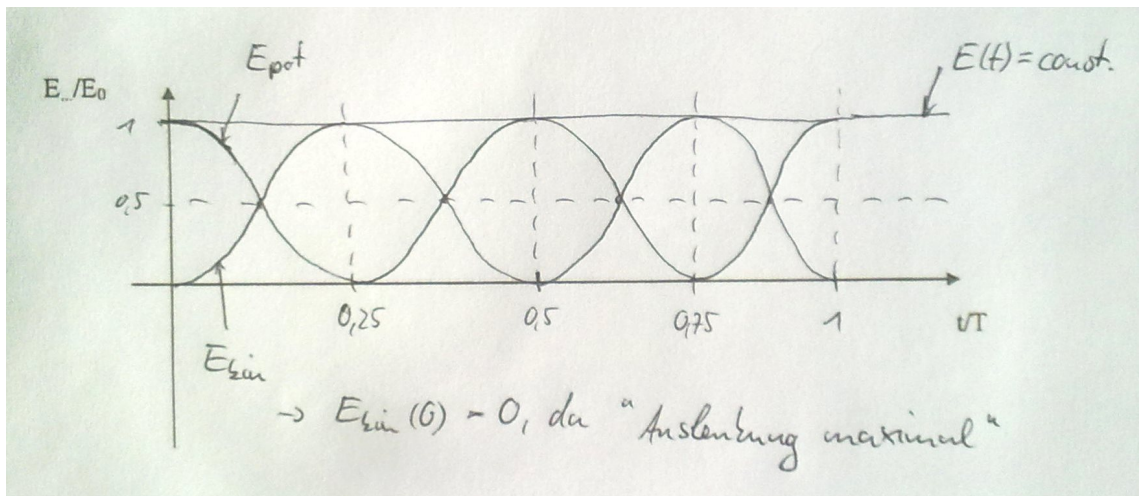
$$z(t) = z_0 \sin(\omega t)$$

und damit für die Geschwindigkeit ($v(t=0) = v_{\text{max}}$):

$$v(t) = v_{\text{max}} \cos \omega t = z_0 \omega \cos(\omega t)$$

Die maximale kinetische Energie ist also

$$E_0 = E_{\text{kin,max}} = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} m (z_0 \omega)^2 = \dots = 34.6 \text{ mJ}$$



d)

10 Mischkalorimeter

Da der Behälter isoliert ist (nehme außerdem vernachlässigbare Wärmekapazität an), ist die vom Aluminium abgegebene Wärme gleich der vom Wasser aufgenommenen Wärme:

$$\begin{aligned}Q_{\text{Al,ab}} &= Q_{\text{Wasser,auf}} \\ m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} (T_{\text{Al}} - T) &= m_{\text{W}} c_{\text{W}} (T - T_{\text{W}}) \\ \Rightarrow T &= \frac{m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} T_{\text{Al}} + m_{\text{W}} c_{\text{W}} T_{\text{W}}}{m_{\text{Al}} c_{\text{Al}} + m_{\text{W}} c_{\text{W}}} = \dots = 23.3^\circ \text{C}\end{aligned}$$

11 Expansion

- a) Aus der allgemeinen Gasgleichung $pV = nRT$ folgt, dass sich das Volumen bei Erwärmung vergrößert. Daher für positives ΔV :

$$\Delta V = V_1 - V_0 = \frac{nRT_1}{p} - \frac{nRT_0}{p} = \frac{nR}{p}(T_1 - T_0) = \frac{nk_B N_A}{p}(T_1 - T_0) = \dots = 5.80 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

- b) Da der Druck konstant ist ($Q_p = 0$), wird vom Gas nur Volumenarbeit Q_v an der Umgebung verrichtet:

$$Q_v = p\Delta V = \dots = 580 \text{ J}$$

12 Kugelwurfmaschine

Für den mittleren Druck auf die Fläche gilt:

$$\bar{p} = \frac{\bar{F}}{A}$$

Während einer Zeit Δt werden $N = \nu \cdot \Delta t$ Kugeln reflektiert, entspricht N Kraftstößen $\frac{\Delta P}{\Delta t}$. Mittlere Kraft während dieser Zeit:

$$\bar{F} = N \frac{\Delta P}{\Delta t} = \nu \Delta P$$

Die Kugeln treffen mit einer vertikalen Geschwindigkeit v_y auf die Fläche und werden reflektiert, d.h. $\Delta v = 2v_y$. Horizontale Komponenten spielen keine Rolle. v_y aus Energieerhaltung:

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_y^2 \Rightarrow v_y = \sqrt{2gh} \Rightarrow \Delta P = 2m\sqrt{2gh}$$

Also:

$$\bar{p} = \frac{\nu \cdot 2m\sqrt{2gh}}{A} = \dots = 0.886 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$