

Theoretische Physik 4 (Quantentheorie)

Sommersemester 2014

Präsenzübungen 2

Präsenzaufgabe 2.1: Projektionsoperator

Der lineare Operator P_N sei definiert durch

$$P_N \psi = \sum_{n=0}^N \langle \phi_n | \psi \rangle \phi_n, \quad (1)$$

wobei die Vektoren ϕ_n paarweise senkrecht stehen, d.h. $\langle \phi_n | \phi_m \rangle = \delta_{nm}$. Verifizieren Sie, dass P_N ein Projektor ist, d.h.

$$(P_N)^\dagger = (P_N)^2 = P_N. \quad (2)$$

Präsenzaufgabe 2.2: Potenzreihenansatz beim harmonischen Oszillator

Wir betrachten den harmonische Oszillator, welcher durch die (reskalierte) Schrödingergleichung beschrieben wird

$$-\phi''(\xi) + \frac{\xi^2}{4} \phi(\xi) = \varepsilon \phi(\xi). \quad (3)$$

Setzen Sie den Ansatz

$$\phi(\xi) = f(\xi) e^{-\xi^2/4} \quad (4)$$

in die obige Gleichung ein und leiten Sie die Differentialgleichung für $f(\xi)$ her. Entwickeln Sie anschließend in Potenzen von ξ ,

$$f(\xi) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \xi^n \quad (5)$$

und leiten Sie eine Rekursionsformel für die Koeffizienten a_n her.