

O. B. d. A.

Diese ominöse Abkürzung bedeutet *ohne Beschränkung der Allgemeinheit*. Korrekt gebraucht kann sie zu Beginn eines Beweises oder eines Beweisteils eingesetzt werden. Der Autor gibt dadurch dem Leser zwei Dinge zu erkennen: Zum einen, dass er vorhat, nur einen Teil der Aussage wirklich zu beweisen, zum anderen aber auch, dass die Gesamtaussage seiner Meinung nach einfach aus dem tatsächlich Bewiesenen folgt. Hinter einem o.B.d.A. verbirgt sich also ein mathematischer Satz („aus A (dem tatsächlich Bewiesenen) folgt B (das Behauptete)“). O.B.d.A. bedeutet dann nur, dass diese Implikation nach Ansicht des Autors einfach, vielleicht sogar trivial zu beweisen ist. (Der Autor muss aber im Zweifelsfall in der Lage sein, auch dafür einen Beweis zu erbringen!)

Beachten Sie: Mit der Verwendung des Kürzels o.B.d.A. nimmt der Autor einen Vertrauensvorschuss des Lesers in Anspruch. Verspielen Sie dieses Vertrauen nicht!

O.B.d.A. wird in den folgenden Weisen richtig gebraucht:

1. Durch o.B.d.A. wird die Bezeichnung vereinfacht.



Satz. *Unter je sechs Personen gibt es mindestens drei, die sich paarweise kennen oder mindestens drei, die sich paarweise nicht kennen.*

Beweis. Seien die Personen **o.B.d.A.** mit 1,..., 6 bezeichnet. Betrachte die Person 1; diese hat unter den fünf anderen entweder mindestens drei Bekannte oder mindestens drei Personen, die sie nicht kennen. Wir können **o.B.d.A.** annehmen, dass 1 drei Personen kennt. Seien diese **o.B.d.A.** 2, 3, 4...

2. Durch o.B.d.A. wird ein trivialer Sonderfall ausgeschlossen.



Satz. *Für je zwei positive reelle Zahlen a und b gilt*

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}.$$

Beweis. Sei **o.B.d.A.** $a \neq b$...

3. Durch o.B.d.A. wird angezeigt, dass nur ein (scheinbar!) sehr enger Sonderfall bewiesen wird, aus dem allerdings alles folgt.

Oft spart man sich dadurch eine unübersichtliche Bezeichnung vieler Variablen, die den Beweis nur weniger klar machen.



Sei V ein n -dimensionaler Vektorraum über dem Körper K , o.B.d.A. sei $V = K^n$.



Behauptung: Es gibt genau $n!$ bijektive Abbildungen einer n -elementigen Menge A in eine n -elementige Menge B .

Beweis. Sei o.B.d.A. $A = B$. Dann ist die gesuchte Anzahl gleich der Anzahl der Permutationen von A , also gleich $n!$.

Übungen

- 1 Rufen Sie sich mindestens zwei Beweise der Linearen Algebra in Erinnerung, in denen man den dort betrachteten Vektorraum V o.B.d.A. durch K^n ersetzen darf. Kennen sie einen Satz oder einen Beweis, in dem man das nicht darf?
- 2 Rufen Sie sich mindestens zwei Beweise der Analysis in Erinnerung, in denen man das dort betrachtete Intervall (a, b) bzw. $[a, b]$ o.B.d.A. durch das offene bzw. abgeschlossene Einheitsintervall ersetzen darf. Kennen sie einen Satz oder einen Beweis, in dem man das nicht darf?
- 3 **Richtig oder falsch?**
 - ☐ Sei n eine natürliche Zahl, o.B.d.A. $n = 17$.
 - ☐ O.B.d.A. ist jede natürliche Zahl ein Produkt von Primzahlen.
 - ☐ **Behauptung:** Sei K ein Kreis der euklidischen Ebene. Dann liegt jeder äußere Punkt von K auf genau zwei Tangenten von K .
Beweis. O.B.d.A. sei K der Einheitskreis.
 - ☐ Wir färben die Ecken eines Würfels mit zwei Farben; seien diese Farben o.B.d.A. die Zahlen 0 und 1.
- 4 Beweisen Sie den im Text unter 1. erwähnten Satz zu Ende.
- 5 Warum ist das o.B.d.A. im Abschnitt 2 des Textes richtig verwendet?