

Gute Bezeichnungen

Im Land der unbegrenzten Möglichkeiten haben Eltern das Recht, als Vornamen für ihre Kinder jede nichtleere alphanumerische Zeichenfolge zu wählen. Die entsprechende Freiheit haben Sie in der Mathematik grundsätzlich auch. Missbrauchen Sie sie nicht! Man wird kaum einmal schreiben



Sei 2 eine Funktion,

oder



Wir nennen diese Gruppe $\text{qr} \cdot 7^n$.

Mit schlecht gewählten Bezeichnungen kann man das Verständnis eines mathematischen Textes entscheidend erschweren, während man mit guten Bezeichnungen dem Leser eine große Last abnehmen und sein Verständnis ungemein fördern kann.

Dies hat niemand so klar ausgedrückt wie der Philosoph und Mathematiker Gottfried Wilhelm LEIBNIZ (1646-1716), einer der ganz Großen in der Erfindung guter Symbole. Er schreibt:

Bei den Bezeichnungen ist darauf zu achten, dass sie für das Erfinden bequem sind. Dies ist am meisten der Fall, so oft sie die innerste Natur der Sache mit Wenigem ausdrücken und gleichsam abbilden. So wird nämlich auf wunderbare Weise die Denkarbeit vermindert.

(G.W. Leibniz: Über die Analysis des Unendlichen.
Ostwalds Klassiker, Leipzig 1908, S. 74)

Die *Grundregeln für gute* Bezeichnungen in der Mathematik sind die folgenden:

1. Ähnliche Objekte sollen ähnlich bezeichnet werden.

Geht es um zwei Mengen, die eine ähnliche Komplexität haben (etwa zwei Mengen von Vektoren), so können diese A und B oder X und Y oder α und β oder Δ und Σ heißen, aber nicht $\aleph$ und $\wp$ und auch nicht $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ (beide normal oder beide fett oder beide kursiv).

2. Die Bezeichnung von Objekten soll deren ‚Hierarchie‘ berücksichtigen.

Es ist gut, die Elemente einer Menge G mit $g, h, \dots$ zu bezeichnen; ein System, das aus den Mengen $X_1, X_2, \dots$ zusammengesetzt ist, bezeichnet man sinnvollerweise mit X . Kleinbuchstaben sollten für einfache, Großbuchstaben für komplexere Objekte verwendet werden (beispielsweise wird $a \in A$ und $\sigma \in \Sigma$ als gut empfunden); Frakturbuchstaben sind für komplexe Objekte gedacht.

Manchmal will man allerdings aus Gründen der Klarheit Symbole verwenden, die sich deutlich unterscheiden. Nur so ist es zu erklären, dass in vielen Büchern über lineare Algebra die Vektoren mit kleinen lateinischen Buchstaben, die Skalare aber mit griechischen Buchstaben bezeichnet werden: $v \in V$, aber $\lambda \in K$. Meiner Meinung nach handelt es sich hierbei um übertriebene Vorsicht; die Bezeichnungen $u, v, w, \dots \in V$ und $k, h, \dots \in K$ sind die natürlichen.

3. Die Bezeichnung von Objekten soll selbsterklärend sein.

Eine Bezeichnung kann selbsterklärend sein aufgrund einer Tradition oder dadurch, dass der Anfangsbuchstabe des entsprechenden Begriffs benutzt wird: Ein Punkt wird traditionell häufig mit P , eine Gerade mit g , ein Winkel mit α oder φ , ein Vektor mit v , ein Körper mit K , eine Gruppe mit G , eine Funktion mit f , eine natürliche Zahl mit n , eine Primzahl mit p , eine Variable mit x , eine Wahrscheinlichkeit mit $p, \dots$ bezeichnet. Wenn Sie zwei Objekte desselben Typs bezeichnen müssen, wählen Sie zusätzlich den darauffolgenden Buchstaben; also: Punkte P und Q , Winkel α und β , Primzahlen p und $q, \dots$

Spätestens von vier Objekten an lohnt sich eine Nummerierung. Man schreibt: „Punkte $P_1, P_2, \dots, P_n$ “, oder „Punkte P_i mit $1 \leq i \leq n$ “ oder „Punkte P_i mit $i \in \{1, \dots, n\}$ “, oder ähnliches.

4. Passen Sie Ihre Bezeichnung den Gegebenheiten an.

Scheuen Sie sich nicht, traditionelle Bezeichnungen zu wählen. In jungen Jahren hatte ich einen geometrischen Aufsatz geschrieben, in dem ich, wie ich es gewohnt war, die Punkte mit kleinen Buchstaben bezeichnet hatte. Vor Drucklegung wurde die Arbeit referiert und der Herausgeber riet mir, die Punkte unbedingt mit Großbuchstaben zu bezeichnen, „wie das schon der große EUKLID gemacht hat“. Seitdem bin ich bekehrt.

5. Verwenden Sie Standardbezeichnungen.

Die Standardbezeichnungen für die Menge der natürlichen, ganzen, rationalen, reellen und komplexen Zahlen sind $\mathbf{N}$, $\mathbf{Z}$, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$ und $\mathbf{C}$. (Schande über mein Textverarbeitungssystem, das nicht in der Lage ist, die Standardsymbole für die

Mengen der natürlichen, ganzen, rationalen, reellen und komplexen Zahlen darzustellen!) Die leere Menge wird mit $\{\}$ oder mit $\emptyset$ bezeichnet. (Übrigens ist dieses Zeichen eine durchgestrichene Null und nicht das Durchmesserzeichen.)

Weitere Standardbezeichnungen sind $[a, b]$ und (a, b) bzw. $]a, b[$ für das abgeschlossene und offene Intervall zwischen a und b ; $C[0, 1]$ für die Menge der auf $[0, 1]$ stetigen Funktionen; $GL(V)$ für die Menge der invertierbaren linearen Abbildungen des Vektorraums V in sich; PQ für die Gerade durch P und Q ; x, y, z für Variable; $\aleph_0$ (sprich: Aleph Null) für die Mächtigkeit der natürlichen Zahlen usw. usw.

Übrigens: Es gibt sogar DIN-Normen für mathematische Symbole; in diesen ist zum Beispiel festgelegt, dass 0 eine natürliche Zahl ist. Die meisten existierenden mathematischen Normen sind im DIN-Taschenbuch 202 (Beuth Verlag Berlin) erschienen.

6. Vektoren können verschieden bezeichnet werden.

Wenn man schreibt

Sei v ein Vektor,

so bezeichnet v einen Vektor. Es ist dazu nicht notwendig, v fett zu drucken, zu unterstreichen, zu überstreichen oder mit einem Pfeil zu versehen. Es kann sinnvoll sein, diese Bezeichnungen zu verwenden, aber v wird nicht dadurch zum Vektor, dass man einen Pfeil über den Buchstaben malt!

7. Nummerieren Sie möglichst einfach.

Gut ist in der Regel

$$k_i < k_j, \text{ falls } i < j;$$

schlecht ist meist (Ausnahmen bestätigen die Regel!)

$$k_i < k_j, \text{ falls } i > j.$$

Wenn Sie „iterierte“ Indizes (wie etwa k_{ij}) verwenden, sollten Sie sich stets Rechenschaft darüber ablegen, ob das wirklich notwendig ist.

8. Konflikte sind unvermeidlich.

Manchmal widersprechen sich obige Forderungen. (Eine Tradition in der Geometrie sagt, Punkte mit großen Buchstaben, Geraden mit kleinen Buchstaben und Ebenen mit kleinen griechischen Buchstaben zu bezeichnen. Wenn man Punkte, Geraden und Ebenen als gleichberechtigte Objekte behandeln möchte, ist dies nicht sinnvoll.)

Manchmal treten aber auch innerhalb der Mathematik Situationen auf, bei denen nicht von vornherein klar ist, wie man bezeichnen soll. Noch ein Beispiel

aus der Geometrie: Üblicherweise bezeichnet man Punkte durch große lateinische Buchstaben wie etwa P ; wenn man Koordinaten einführt, würde man Punkte gerne als Vektoren schreiben, etwa (x_0, x_1, x_2) ; wenn man schließlich in der projektiven Geometrie Punkte als eindimensionale Unterräume eines Vektorraums auffasst, so empfiehlt es sich, für einen Punkt etwa $\langle v \rangle$ zu schreiben. Noch schlimmer: Oft braucht man all diese Bezeichnungen simultan. Da hilft nur, kühlen Kopf zu bewahren!

Übungen

1 Sei M eine Menge natürlicher Zahlen. **Gut oder weniger gut?**

- ☐ Sei M_0 die Menge der geraden und M_1 die Menge der ungeraden Zahlen in M .
- ☐ Sei M_1 die Menge der geraden und M_0 die Menge der ungeraden Zahlen in M .
- ☐ Sei A die Menge der geraden und k die Menge der ungeraden Zahlen in M .
- ☐ Sei $G(M)$ die Menge der geraden und $U(M)$ die Menge der ungeraden Zahlen in M .

2 Welche der folgenden Formulierung würden Sie verwenden? Wenn nein, wie würden Sie schreiben?

Man kann jede natürliche Zahl n schreiben als

- ☐ $n = a_k \cdot 10^{k-1} + a_{k-1} \cdot 10^{k-2} + \dots + a_2 \cdot 10^1 + a_1,$
- ☐ $n = a_{k-1} \cdot 10^{k-1} + a_{k-2} \cdot 10^{k-2} + \dots + a_1 \cdot 10^1 + a_0,$
- ☐ $n = a_k \cdot 10^{k-1} + a_{k-1} \cdot 10^{k-2} + \dots + a_2 \cdot 10^1 + a_0,$
- ☐ $n = a_1 \cdot 10^{k-1} + a_2 \cdot 10^{k-2} + \dots + a_{k-1} \cdot 10^1 + a_k,$
- ☐ $n = a_0 + a_1 \cdot 10^1 + a_2 \cdot 10^2 + \dots + a_{k-1} \cdot 10^{k-1} + a_k \cdot 10^k,$
- ☐ $n = a_0 + a_1 \cdot 10^1 + a_2 \cdot 10^2 + \dots,$
- ☐ $n = a \cdot 10^{k-1} + b \cdot 10^{k-2} + \dots + y \cdot 10^1 + z,$
- ☐ $n = a \cdot 10^a + b \cdot 10^b + \dots + y \cdot 10^y + z.$

3 Können Sie sich mathematische Situationen vorstellen, in denen eine der Schreibweisen aus der vorigen Aufgabe besonders sinnvoll ist?