Springer-Lehrbuch

Siegfried Bosch

Lineare Algebra

Vierte, überarbeitete Auflage

Springer

Prof. Dr. Siegfried Bosch
Mathematisches Institut
Universität Münster
Einsteinstraße 62
48149 Münster
bosch@math.uni-muenster.de

ISBN 978-3-540-76437-3 e-ISBN 978-3-540-76438-0

DOI 10.1007/978-3-540-76438-0

Springer-Lehrbuch ISSN 0937-7433

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Mathematics Subject Classification (2000): 15-01

Satz: Datenerstellung durch den Autor unter Verwendung eines Springer TEX-Makropakets
Herstellung: LE-TEX Jelonek, Schmidt & Vöckler GbR, Leipzig
Umschlaggestaltung: WMX Design GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem Papier

9 8 7 6 5 4 3 2 1

springer.de

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage

Die Mathematik ist eine Wissenschaft, die sich heutzutage in einem äußerst vielfältigen und schillernden Gewand präsentiert. Daher stellt sich zwangsläufig die Frage, welche Bereiche für die ersten Schritte im Vordergrund stehen sollten, wenn man ein Studium der Mathematik aufnehmen möchte. Natürlich hat sich die Art der Ausbildung mit der Zeit gewandelt. In kontinuierlicher Weise sind grundlegende Einsichten, die im Rahmen der Erforschung aktueller Probleme zutage getreten sind, mit in die Lehre eingeflossen. Dabei geht es in der Mathematik keineswegs um komplizierte Details, sondern vielmehr um oftmals wiederkehrende tragende Grundmuster, die sich als wichtig erwiesen haben und die ihrerseits bereits auf elementarem Niveau an sinnvollen Beispielen studiert werden können. So hat es sich bewährt, die Mathematikausbildung an Universitäten mit je einer Einführung in die Infinitesimalrechnung und die Lineare Algebra zu beginnen, meist in zwei getrennten Vorlesungen. Beide Gebiete ergänzen sich gegenseitig und beinhalten in idealer Weise eine Vielzahl interessanter mathematischer Grundmuster. Ja, man kann mit Recht sagen, dass die Methoden der Infinitesimalrechnung und der Linearen Algebra grundlegend für so gut wie alle anderen Bereiche der Mathematik sind.

Der Text dieses Bandes repräsentiert das Pensum einer zwei-semestrigen Einführungsvorlesung zur Linearen Algebra, eine Vorlesung, die ich mehrfach an der Universität Münster gehalten habe. Die meisten Studierenden verfügen bereits über gewisse Vorkenntnisse zur Linearen Algebra, wenn sie sich für ein Mathematikstudium entscheiden, etwa was die Vektorrechnung oder das Lösen linearer Gleichungssysteme angeht. Sie sind dagegen aller Erfahrung nach weniger mit den allgemeinen Begriffsbildungen der Linearen Algebra vertraut, die diese Theorie so universell einsatzfähig machen. Man kann sicherlich sagen, dass diese abstrakte Seite der Linearen Algebra für viele Studierende neue und ungewohnte Schwierigkeiten aufwirft. Ich habe mich dafür entschieden, diese Schwierigkeiten nicht zu kaschieren, sondern ihre Überwindung gezielt in den Vordergrund zu stellen. Deshalb wird in diesem Text von Anfang an großer Wert auf eine klare und systematische, aber dennoch behutsame Entwicklung der in der Linearen Algebra üblichen theoretischen Begriffsbildungen gelegt. Ad-hoc-Lösungen, die bei späteren Überlegungen oder Verallgemeinerungen revidiert werden müssten, werden nach Möglichkeit vermieden. Erst wenn die theoretische Seite eines Themenkomplexes geklärt ist, erfolgt die Behandlung der zugehörigen Rechenverfahren, unter Ausschöpfung des vollen Leistungsumfangs.

Nun ist allerdings eine Theorie wie die Lineare Algebra, die sich in beträchtlichem Maße von ihren ursprünglichen geometrischen Wurzeln entfernt hat, nur schwerlich zu verdauen, wenn nicht gleichzeitig erklärt wird, *warum* man in dieser oder jener Weise vorgeht, *was* die zugehörige Strategie ist, oder an *welche* Hauptanwendungsfälle man mit einer gewissen Definition denkt. Um solche Fragen abzudecken, wird in einer Vorlesung neben der rein stofflichen Seite in erheblichem Maße auch das zugehörige motivierende Umfeld erläutert. In Lehrbüchern ist diese Komponente oftmals nur in geringem Maße realisiert, da ansonsten ein permanenter Wechsel zwischen der logisch-stringenten mathematischen Vorgehensweise und mehr oder weniger heuristisch-anschaulichen Überlegungen erforderlich wäre, was natürlich für die Einheitlichkeit und Übersichtlichkeit der Darstellung nicht förderlich ist. In dem vorliegenden Text wird nun jedes Kapitel mit einer Reihe von “Vorbemerkungen” eingeleitet, deren Ziel es ist, das motivierende Umfeld des jeweiligen Kapitels zu beleuchten. Ausgehend vom momentanen Kenntnisstand eines Lesers werden die zu behandelnden Hauptfragestellungen einschließlich des zugehörigen geometrischen Hintergrunds (soweit gegeben) erläutert und darüber hinaus mögliche Lösungsansätze und Lösungsstrategien, die Art der erhaltenen Lösung, wie auch die hiermit verbundenen Schwierigkeiten diskutiert. Es wird empfohlen, die Vorbemerkungen während des Studiums eines Kapitels je nach Bedarf mehrfach zu konsultieren, um größtmöglichen Nutzen aus ihnen zu ziehen. Ausdrücklich möchte ich aber darauf hinweisen, dass es sich bei diesen Einführungen zu einem großen Teil um Plausibilitätsbetrachtungen handelt. Diese sind daher nicht mit der üblichen mathematischen Prägnanz abgefasst, und sie sind infolgedessen auch nicht Teil des eigentlichen Lehrstoffes.

Der stoffliche Umfang des Buches bietet nur wenig Besonderheiten. Es werden Vektorräume und ihre linearen Abbildungen, Matrizen und lineare Gleichungssysteme, Determinanten, Polynome, Eigenwert- und Normalformentheorie sowie euklidische und unitäre Vektorräume behandelt. Ein Abschnitt über äußere Produkte (mit einem Stern * gekennzeichnet), in dem als Anwendung der allgemeine Laplacesche Entwicklungssatz für Determinanten bewiesen wird, ist optional. Die Herleitung der Normalformen für Endomorphismen von Vektorräumen erfolgt, der Gesamtstrategie des Buches folgend, im Rahmen von Moduln über Hauptidealringen, wobei solche Moduln allerdings erst zu Beginn von Abschnitt 6.3 eingeführt werden. Wer sich hier auf die elementare Seite der Normalformentheorie beschränken möchte, kann im Anschluss an die Abschnitte 6.1 (Eigenwerte und Eigenvektoren) und 6.2 (Minimalpolynom und charakteristisches Polynom) auch gleich zu den euklidischen und unitären Vektorräumen in Kapitel 7 übergehen.

Münster, im Mai 2001 Siegfried Bosch

Vorwort zur vierten Auflage

Seit Erscheinen meiner LINEAREN ALGEBRA hat mich eine Vielzahl von Kommentaren und Vorschlägen zu diesem Thema erreicht, für die ich allen Lesern herzlich danken möchte. Insbesondere gilt dies für die Hörer meiner Vorlesungen, die in den vergangenen Semestern die Grundlagen der Linearen Algebra mit Unterstützung dieses Textbuches erlernt haben.

In der vorliegenden Neuauflage gibt es nur wenige Änderungen. Einige Druckfehler wurden beseitigt und einige kleinere Unstimmigkeiten begradigt. Ansonsten liefert der Text nach wie vor eine detaillierte Einführung in die Lineare Algebra, die sich an den Anforderungen einer zweisemestrigen Einführungsvorlesung orientiert. Beibehalten und konsequent genutzt wurde der bewährte Standpunkt, mit $\mathbb{N}$ die natürlichen Zahlen *einschließlich* der 0 zu bezeichnen. Diese Konvention wird in der Literatur leider nicht einheitlich gehandhabt, sie bringt für uns allerdings manche Vereinfachung mit sich, indem sie es an vielen Stellen ermöglicht, auf die Hervorhebung trivialer (und daher eigentlich uninteressanter) Ausnahmefälle zu verzichten.

Münster, im November 2007 Siegfried Bosch

Inhalt