

Symbolverzeichnis

$\overrightarrow{0P}$	Vektor von 0 nach P 3
$x \in X$	Element einer Menge 9
$\emptyset$	leere Menge 9
$\mathbb{N}$	natürliche Zahlen 9
$\mathbb{Z}$	ganze Zahlen 9
$\mathbb{Q}$	rationale Zahlen 9
$\mathbb{R}$	reelle Zahlen 9
$\{x_1, \dots, x_n\}$	Menge 9
$Y \subset X$	Teilmenge einer Menge 10
$\mathbb{R}_{>0}$	positive reelle Zahlen 10
$\mathfrak{P}(X)$	Potenzmenge einer Menge 10
$\bigcup_{i \in I} X_i$	Vereinigung von Mengen 10
$\bigcap_{i \in I} X_i$	Durchschnitt von Mengen 10
$X_1 \cup \dots \cup X_n$	endliche Vereinigung von Mengen 10
$X_1 \cap \dots \cap X_n$	endlicher Durchschnitt von Mengen 10
$\prod_{i \in I} X_i$	disjunkte Vereinigung von Mengen 10
$X_1 - X_2$	Differenz von Mengen 10
$\prod_{i=1}^n X_i$	endliches kartesisches Produkt von Mengen 11
$X_1 \times \dots \times X_n$	endliches kartesisches Produkt von Mengen 11
X^n	n -faches kartesisches Produkt einer Menge 11
$(x_1, \dots, x_n)$	n -Tupel von Elementen 11
$\prod_{i \in I} X_i$	kartesisches Produkt von Mengen 11
$(x_i)_{i \in I}$	Familie von Elementen 11
X^I	kartesisches Produkt einer Menge 11
$f: X \longrightarrow Y$	Abbildung zwischen Mengen 11
id_X	identische Abbildung 11
$g \circ f$	Komposition von Abbildungen 11
$f(M)$	Bild einer Menge 11
$f^{-1}(N)$	Urbild einer Menge 11
$f^{-1}(y)$	Urbild eines Elementes 11
$f^{-1}: Y \longrightarrow X$	Umkehrabbildung zu einer Abbildung 12
$a \cdot b$	Produkt von Elementen einer Gruppe 13
$a + b$	Summe von Elementen einer kommutativen Gruppe 13
G	Gruppe 13
$e \in G$	Einselement einer Gruppe 13
$\mathbb{Q}^*$	von 0 verschiedene rationale Zahlen 13
$\mathbb{R}^*$	von 0 verschiedene reelle Zahlen 13

$\text{Bij}(X, X)$	Gruppe bijektiver Selbstabbildungen 13
$1 \in G$	Einselement einer Gruppe 14
a^{-1}	inverses Element 14
$\prod_{i=1}^n a_i$	Produkt von Elementen 14
$\prod_{i=1}^0 a_i$	leeres Produkt 15
$0 \in G$	Nullelement einer kommutativen Gruppe 15
$-a$	inverses Element in einer kommutativen Gruppe 15
$\sum_{i=1}^n a_i$	Summe von Elementen in einer kommutativen Gruppe 15
$\sum_{i=1}^0 a_i$	leere Summe 15
$A \implies B$	Implikation von Aussagen 15
$A \iff B$	Äquivalenz von Aussagen 15
K	Körper 17
$0 \in K$	Nullelement eines Körpers 18
$1 \in K$	Einselement eines Körpers 18
$n \cdot a$	n -fache Summe eines Elements 18
K^*	multiplikative Gruppe eines Körpers 18
$\mathbb{F}_2$	Körper mit 2 Elementen 19
$\mathbb{Q}(\sqrt{2})$	von $\mathbb{Q}$ und $\sqrt{2}$ erzeugter Körper 19
$\mathbb{C}$	Körper der komplexen Zahlen 21
$i \in \mathbb{C}$	komplexe Zahl mit $i^2 = -1$ 22
a^n	n -fache Potenz 22
$\binom{n}{i}$	Binomialkoeffizient 23
V	Vektorraum 26
$0 \in V$	Nullvektor eines Vektorraums 26
$V = 0$	Nullvektorraum 26
$U \subset V$	Untervektorraum 27
$K \cdot a \subset V$	von a erzeugter Untervektorraum 27
K^n	n -faches kartesisches Produkt als K -Vektorraum 28
V^n, W^n	n -faches kartesisches Produkt von Vektorräumen 29
$\prod_{i \in I} V_i$	kartesisches Produkt von Vektorräumen 29
$\text{Abb}(X, K)$	Vektorraum von K -wertigen Funktionen auf einer Menge 29
$\bigcap_{i \in I} U_i$	Durchschnitt von Untervektorräumen 29
$\langle A \rangle \subset V$	von einer Menge von Vektoren erzeugter Untervektorraum 30
$\langle a_1, \dots, a_n \rangle \subset V$	von Vektoren erzeugter Untervektorraum 30
$\langle \mathfrak{A} \rangle \subset V$	von einer Familie von Vektoren erzeugter Untervektorraum 30
$e_i \in K^n$	i -ter Einheitsvektor 31
δ_{ij}	Kronecker-Symbol 31
$\sum_{i=1}^n \alpha_i a_i$	Linearkombination von Vektoren 32
$a_1, \dots, a_n$	Basis eines Vektorraums 34
$\dim_K V$	Dimension eines Vektorraums 40
$\sum_{i=1}^r U_i$	Summe von Untervektorräumen 44
$\bigoplus_{i=1}^r U_i$	direkte Summe von Untervektorräumen 45
$U_1 + \dots + U_r$	Summe von Untervektorräumen 45
$U_1 \oplus \dots \oplus U_r$	direkte Summe von Untervektorräumen 45
$f: V \longrightarrow V'$	lineare Abbildung zwischen Vektorräumen 57
$\ker f$	Kern einer linearen Abbildung 59
$\text{im } f$	Bild einer linearen Abbildung 59

$\text{Hom}_K(V, V')$	Vektorraum linearer Abbildungen 61
$f + g$	Summe linearer Abbildungen 61
$\alpha \cdot f$	skalares Produkt mit einer linearen Abbildung 61
$\text{rg } f$	Rang einer linearen Abbildung 62
$A = a + U$	affiner Unterraum 65
$f^{-1}(a')$	Faser einer linearen Abbildung 65
$R \subset M \times M$	Relation auf einer Menge 66
$a \sim b$	Relation, Äquivalenzrelation 66
$[a]$	Äquivalenzklasse eines Elementes 66
$M/\sim$	Menge von Äquivalenzklassen 67
$M \longrightarrow M/\sim$	kanonische Abbildung zu Menge von Äquivalenzklassen 67
$[a] = a + U$	Nebenklasse modulo eines linearen Unterraums 68
V/U	Quotientenvektorraum 68
$\pi: V \longrightarrow V/U$	kanonischer Epimorphismus zu Quotientenvektorraum 69
V^*	Dualraum eines Vektorraums 75
$f^*: V^* \longrightarrow U^*$	duale Abbildung 76
$\varphi_1, \dots, \varphi_n \in V^*$	duale Basis 79
V^{**}	doppelt dualer Vektorraum 80
$\text{coker } f$	Kokern einer linearen Abbildung 82
$A = (\alpha_{ij})_{ij}$	Matrix 91
$A + B$	Summe von Matrizen 91
λA	skalares Produkt mit einer Matrix 91
$0 \in K^{m \times n}$	Nullmatrix 91
$-A = (-\alpha_{ij})_{ij}$	negatives Element zu einer Matrix 91
$E_{ij} = (\delta_{i\mu} \delta_{j\nu})_{\mu\nu}$	kanonische Basis von Matrizen 91
$\alpha_Y \in K^m$	Koordinatenspaltenvektor 92
$X = (x_1, \dots, x_n)$	Basis eines Vektorraums 92
$A_{f,X,Y}$	beschreibende Matrix einer linearen Abbildung 92
$E = E_m = (\delta_{ij})_{ij}$	Einheitsmatrix 93
$A \cdot B$	Produkt von Matrizen 94
$\text{rg}_s A$	Spaltenrang einer Matrix 100
$\text{rg}_z A$	Zeilenrang einer Matrix 100
$\text{rg } A$	Rang einer Matrix 100
$A^t = (\alpha_{ij})$	transponierte Matrix 105
X^*, Y^*	duale Basis eines Dualraums 105
R	Ring 109
$0 \in R$	Nullelement eines Rings 109
$1 \in R$	Einselement eines Rings 109
$R = 0$	Nullring 109
$\text{End}_K(V)$	Endomorphismenring eines Vektorraums 110
$K^{n \times n}$	Matrizenring quadratischer Matrizen 110
A^{-1}	inverse Matrix 111
R^*	Einheitengruppe eines Rings 111
$\text{Aut}_K(V)$	Automorphismengruppe eines Vektorraums 111
$\text{Gl}(n, K)$	allgemeine lineare Gruppe 111
$A_{\text{id}, Y, X}$	Matrix eines Basiswechsels 116
$A \cdot x = b$	lineares Gleichungssystem 119
$M_{A,b}$	Lösungsraum eines linearen Gleichungssystems 120

$\mathfrak{S}_n$	Permutationsgruppe 134
$\begin{pmatrix} 1 & \dots & n \\ a_1 & \dots & a_n \end{pmatrix}$	Permutation 135
$n!$	Fakultät einer natürlichen Zahl 135
$\operatorname{sgn} \pi$	Signum einer Permutation 136
$\mathfrak{A}_n$	alternierende Gruppe 138
$\Delta: V^n \longrightarrow K$	Determinantenfunktion 139
$\det(A)$	Determinante einer Matrix 141
$\det f$	Determinante eines Endomorphismus 144
A^{ad}	adjungierte Matrix 152
$\bigwedge^r V$	r -fache äußere Potenz eines Vektorraums 156
$V^r \longrightarrow \bigwedge^r V$	kanonische Abbildung in äußere Potenz 156
$a_1 \wedge \dots \wedge a_r$	äußeres Produkt von Elementen eines Vektorraums 156
$\det_{X,H}(a_1, \dots, a_r)$	Determinante einer Untermatrix 159
$\bigwedge^r f$	äußeres Produkt einer linearen Abbildung 160
$\bigwedge V = \bigoplus_{r \in \mathbb{N}} \bigwedge^r V$	äußere Algebra eines Vektorraums 162
R	Ring 166
$R[T]$	Polynomring über einem kommutativen Ring 167
$\operatorname{grad} f$	Grad eines Polynoms 168
$\varphi: R \longrightarrow R'$	Ringhomomorphismus 169
$R \longrightarrow A$	R -Algebra 169
$\Phi: A \longrightarrow B$	Homomorphismus von R -Algebren 170
$S \subset R$	Unterring 173
$\mathfrak{a} \subset R$	Ideal eines Rings 173
$\ker \varphi$	Kern eines Ringhomomorphismus 173
$(a) = Ra$	von einem Element erzeugtes Hauptideal 174
$(1) = R$	Einheitsideal 174
$0 \subset R$	Nullideal 174
$a + \mathfrak{a}$	Nebenklasse modulo eines Ideals 174
$R/\mathfrak{a}$	Restklassenring modulo eines Ideals 174
$R \longrightarrow R/\mathfrak{a}$	kanonische Projektion zu Restklassenring 175
$\delta: R - \{0\} \longrightarrow \mathbb{N}$	Gradfunktion auf einem euklidischen Ring 178
$a b$	a teilt b 179
$a \nmid b$	a teilt nicht b 179
$a = \varepsilon \prod_{p \in P} p^{\mu_p(a)}$	Primfaktorzerlegung 182
$\operatorname{ggT}(a, b)$	größter gemeinsamer Teiler 182
$\operatorname{kgV}(a, b)$	kleinstes gemeinsames Vielfaches 183
$\lambda \in K$	Eigenwert 194
V_λ	Eigenraum zu einem Eigenwert 196
χ_A	charakteristisches Polynom einer Matrix 200
$\operatorname{Spur} A$	Spur einer Matrix 200
$K(T)$	rationaler Funktionenkörper 200
χ_f	charakteristisches Polynom einer linearen Abbildung 201
$\operatorname{Spur} f$	Spur einer linearen Abbildung 201
p_f	Minimalpolynom einer linearen Abbildung 203
p_A	Minimalpolynom einer Matrix 203
M	Modul 206
$N \subset M$	Untermodul 207

$\varphi: M \longrightarrow N$	Homomorphismus von Moduln 207
$\sum_{i \in I} Ra_i \subset M$	von Elementen erzeugter Untermodul 207
$\sum_{i=1}^n M_i \subset M$	Summe von Untermoduln 208
$\bigoplus_{i=1}^n M_i$	direkte Summe von Moduln 208
$N_1 \times \dots \times N_n$	kartesisches Produkt von Moduln 208
M/N	Restklassenmodul 208
$[a] = a + N$	Nebenklasse modulo eines Untermoduls 208
$\ell_R(M)$	Länge eines Moduls 209
$E^{ij}(\sigma, \tau, \sigma', \tau')$	verallgemeinerte Elementarmatrix 213
$T \subset M$	Torsionsuntermodul eines Moduls 220
$R^n \xrightarrow{\psi} R^m \xrightarrow{\varphi} M$	endliche Präsentation eines Moduls 220
$M_p \subset M$	Untermodul der p -Torsion 222
$M = Ra$	monogener Modul 225
$\text{Diag}(A_1, \dots, A_r)$	“Diagonalmatrix” mit Matrizen als Diagonaleinträgen 230
$A(p)$	Begleitmatrix zu einem Polynom 231
$ 0\bar{P}_1 , P_1 $	Betrag eines Vektors bzw. Punktes 243
$\mathbb{K}$	Körper der reellen oder komplexen Zahlen 246
$\bar{a} = \alpha - i\beta$	konjugiert komplexe Zahl 246
$\text{Re}(a)$	Realteil einer komplexen Zahl 246
$\text{Im}(a)$	Imaginärteil einer komplexen Zahl 247
$ a = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$	Absolutbetrag einer komplexen Zahl 247
$\Phi: V \times V \longrightarrow \mathbb{K}$	Sesquilinearform 247
$\langle x, y \rangle$	symmetrische Bilinearform oder hermitesche Form 247
$\langle x, y \rangle = x^t \cdot \bar{y}$	kanonisches Skalarprodukt auf $\mathbb{K}^n$ 248
$ x = \sqrt{\langle x, x \rangle}$	Betrag bzw. Länge eines Vektors 249
$e_1, \dots, e_n \in V$	Orthonormalbasis 251
$M \perp N$	orthogonale Teilmengen 255
$M^\perp$	orthogonales Komplement 255
$P(x_1, \dots, x_r)$	von Vektoren aufgespanntes Parallelotop 255
$\text{Vol}(P(x_1, \dots, x_r))$	Volumen eines Parallelotops 255
$G(x_1, \dots, x_r)$	Gramsche Determinante 256
$\bar{A} = (\bar{\alpha}_{ij})_{ij}$	konjugierte Matrix 258
$A^t = (\alpha_{ij})_{ji}$	transponierte Matrix 258
$A^* = \bar{A}^t = (\bar{\alpha}_{ij})_{ji}$	adjungierte Matrix 258
$A_{\Phi, X}$	beschreibende Matrix zu einer Sesquilinearform 259
$A_{Y, X}$	Matrix eines Basiswechsels 261
$\bar{V}$	komplex konjugierter Vektorraum 264
φ^*	adjungierter Endomorphismus 264
$R(\vartheta)$	Drehmatrix 271
$O(n)$	orthogonale Gruppe 272
$U(n)$	unitäre Gruppe 272
$SO(n)$	spezielle orthogonale Gruppe 272

Namen- und Sachverzeichnis

- Abbildung, 11–12
 - adjungierte,
 - siehe* Endomorphismus, adjungierter
 - affine, 54
 - alternierende, 139, 155
 - bijektive, 12
 - Bild, 11
 - Bildbereich, 11
 - Definitionsbereich, 11
 - identische, 11
 - injektive, 11
 - Komposition, 11
 - lineare,
 - siehe* lineare Abbildung
 - multilineare, 139, 155
 - normale,
 - siehe* Endomorphismus, normaler
 - selbstadjungierte,
 - siehe* Endomorphismus, selbstadjungierter
 - skalares Produkt, 75
 - surjektive, 11
 - Urbild, 11
 - Wertebereich, 11
- Absolutbetrag, 243, 247, 249
- ähnlich, 193–195
- Äquivalenz, 66
 - von Aussagen, 15
- Äquivalenzklasse, 66–69
 - Menge von, 67
- Äquivalenzrelation, 66–69, 174, 208
- äußere Algebra, 162
- R -Algebra, 169–173
- allgemeine lineare Gruppe, 111, 272
- alternierende Gruppe, 138
- analytische Geometrie, 1
- Assoziativgesetz, 94, 109
- Automorphismengruppe, 111, 269
- Automorphismus
 - eines Rings, 169
 - eines Vektorraums, 59
- Basis, 34–35, 37–40, 42, 91, 208
 - äquivalente Charakterisierung, 37, 116
 - duale, 79, 105, 160
 - eines äußeren Produkts, 159
- Basisergänzungssatz, 38, 43
- Basiswechsel, 90, 96, 116–118, 261, 280, 282, 283
- Begleitmatrix, 191, 231
- Betrag,
 - siehe* Absolutbetrag
- Bild, 59, 265
- Bilinearform, 247
 - nicht ausgeartete, 249
 - symmetrische,
 - siehe* symmetrische Bilinearform
- Binomialkoeffizient, 23
- binomische Formel, 22–25
- Cauchysche Determinante, 151
- Cayley-Hamilton, Satz von, 191, 204, 232
- Charakteristik, 25, 184
- Chinesischer Restsatz, 219–220
- Cramersche Regel, 132–134, 152–154
- Dachprodukt, 156
- Descartes, R., 1
- Determinante, 143–150, 262
 - Beispiele, 147–150
 - Eigenschaften, 144
 - einer Matrix, 131–134, 141, 152–154
 - einer Untermatrix, 146
 - eines Endomorphismus, 144, 160

- Entwicklungssatz, 153, 162
- Rechenregeln, 146
- Regel von Sarrus, 150
- Determinantenfunktion, 139–144
- diagonalisierbar, 189, 193, 194, 196–197, 199, 201, 203, 232, 279, 280
- Diagonalmatrix, 193, 197, 230, 280
- Dimension, 39–42, 55, 94, 120
- Dimensionsformel
 - für lineare Abbildungen, 62, 69
 - für Untervektorräume, 46, 47
- disjunkt, 10
- Distributivgesetze, 109
- Division mit Rest, 176–178
- Drehung, 54, 271
- Dreiecksmatrix, 202, 235
- Dreiecksungleichung, 244, 249
- Dualraum, 57, 75–81, 264
- Durchschnitt, 10

- Ebene, 7, 71
- Eigenraum, 189, 196, 202
- Eigenvektor, 189, 194
 - einer normalen Abbildung, 267, 268
- Eigenwert, 189, 194–197, 199, 278, 282
 - einer normalen Abbildung, 267
- Einheit, 111, 166
- Einheitengruppe, 111, 166
- Einheitsideal, 174
- Einheitsmatrix, 90, 93, 110
- Einheitsvektor, 31, 33, 35
- Einselement, 14, 18
- Einsetzungshomomorphismus, 171
- Element
 - assoziiertes, 179
 - inverses, 13
 - invertierbares, 111
 - irreduzibles, 179
 - maximales, 42
 - neutrales, 13
 - primes, 179–183
 - reduzibles, 179
- Elementarmatrix, 101–102, 104, 112–114, 212
- Elementarteiler
 - einer endlichen Präsentation, 221
 - einer Matrix, 211–214, 217
 - eines Untermoduls, 210–217
- Elementarteilersatz, 210
- Elementarteilertheorie, 191
- Endomorphismenring, 110, 165, 166, 172
- Endomorphismus
 - adjungierter, 264–268
 - diagonalisierbarer, 189, 194, 196–197, 201, 232, 279
 - eines Rings, 169
 - eines Vektorraums, 59
 - invertierbarer, 111–112
 - normaler, 267–268
 - selbstadjungierter, 245, 278–280
 - Struktur, 189
- Epimorphismus
 - von Moduln, 207
 - von Ringen, 169
 - von Vektorräumen, 58, 63, 77
- Erzeugendensystem, 31, 207
 - freies, 208
- euklidischer Ring, 178

- Fakultät, 135
- Familie, 11
- Faser, 55, 65
- Fibonacci-Zahlen, 206
- Form
 - hermitesche, *siehe* hermitesche Form
 - quadratische, 251
- Funktionenkörper, 200

- Gaußsches Eliminationsverfahren, 85, 90, 101–104, 107
 - zur Invertierung von Matrizen, 113–114
 - zur Lösung linearer Gleichungssysteme, 120–128
 - zur Rangbestimmung, 102
- Gerade, 5–6, 27, 71, 85, 87
- Gleichung, algebraische, 165
- Gleichungssystem, lineares, *siehe* lineares Gleichungssystem
- Gradfunktion, 178
- Gramsche Determinante, 256
- Gruppe, 8, 12–16
 - abelsche, 13, 26, 109, 207
 - bijektiver Selbstabbildungen, 13
 - Einselement, 14

- inverses Element, 13, 14
- kommutative, 13
- neutrales Element, 13
- Nullelement, 15
- Ordnung, 224
- orthogonale, 272
- spezielle orthogonale, 272
- unitäre, 272
- zyklische, 224

Hauptachsentransformation, 245–246,
279–283

Hauptideal, 174

Hauptidealring, 178

Hauptsatz

- für endlich erzeugte abelsche Gruppen,
223
- für endlich erzeugte Moduln über
Hauptidealringen, 221–224

Hauptunterdeterminanten, 262

hermitesche Form, 245, 247–250, 260

- positiv definite, 248, 249, 282
- positiv semi-definite, 248

HF,

siehe hermitesche Form

Homomorphiesatz

- für Moduln, 209
- für Ringe, 175
- für Vektorräume, 56, 69

Homomorphismus

- von R -Algebren, 170
- von Gruppen, 137
- von Moduln, 207
- von Ringen, 169
- von Vektorräumen,

siehe lineare Abbildung

Hülle, lineare, 30

Hyperebene, 71

Ideal, 173

Imaginärteil, 22, 247

Implikation von Aussagen, 15

Induktion, vollständige, 23

Integritätsring, 167, 169

Involution, 246

Isometrie, 269–272, 275–277

- Beispiele, 270
- Eigenwerte, 275

Isomorphiesatz

– für Moduln, 219

– für Ringe, 176

– für Vektorräume, 70, 74

Isomorphismus

- und Dimension von Vektorräumen, 62
- von Einheitengruppen, 111
- von Moduln, 207
- von Ringen, 110, 169
- von Vektorräumen, 51, 58, 62, 63, 92,
93, 105

kanonisch, 28

Kern, 56, 59, 173, 265

Koeffizient, 90

Koeffizientenmatrix, 88

Körper, 8, 17–25, 166, 183

- Addition, 17
- algebraisch abgeschlossener, 186
- Assoziativgesetz, 17
- Charakteristik, 25
- der komplexen Zahlen, 187
- Distributivgesetze, 17
- Einselement, 18, 26
- inverses Element, 17
- Kommutativgesetz, 17
- komplexe Zahlen, 21–22
- mit 2 Elementen, 19
- Multiplikation, 17
- multiplikative Gruppe, 18
- neutrales Element, 17
- Nullelement, 18

Kokern, 82

Komplement, 46, 66

– orthogonales, 255, 265

Komplementärmatrix, 152

Komplex, 78

komplexe Zahlen, 21–22

Kongruenz, 67

Konjugationsabbildung, 246

Koordinaten, 1

Koordinatenspaltenvektor, 92, 95, 142,
144

Kronecker-Symbol, 31

Kürzungsregeln, 15

Länge

- eines Moduls, 209–210
- eines Vektors, 249

Laplacescher Entwicklungssatz, 153

- allgemeiner, 162
- linear abhängig, 7, 8, 32, 33, 142
 - äquivalente Charakterisierung, 35
- lineare Abbildung, 51, 57–63
 - Beispiele, 54–55
 - beschreibende Matrix, 62, 89, 92, 95, 116, 208, 266
 - Bild, 59, 265
 - Dimensionsformel, 55
 - duale, 76–81, 105
 - Faser, 55
 - injektive, 59
 - Kern, 56, 59, 265
 - orthogonale, 269
 - Rang, 55, 62, 80, 99–100, 106, 192, 265
 - skalares Produkt, 61
 - Summe, 61, 75
 - und Basen, 60
 - und Dimension, 60
 - und Erzeugendensysteme, 59
 - und lineare Abhängigkeit, 60
 - und lineare Unabhängigkeit, 60
 - unitäre, 269
 - von Moduln, 207
- lineares Gleichungssystem, 35, 85–89, 119–128
 - Cramersche Regel, 132–134
 - homogenes, 119
 - inhomogenes, 119
 - Koeffizientenmatrix, 88
 - Lösbarkeit, 124, 125
 - Lösungsraum, 120
 - partikuläre Lösung, 125
- Linearform, 75
- Linearkombination, 32, 33
- linear unabhängig, 7, 8, 32–34, 131, 195

- Matrix, 55, 58, 62, 85, 90ff., 208
 - adjungierte(1), 151, 152
 - adjungierte(2), 258
 - als lineare Abbildung, 95
 - Cofaktor, 152
 - diagonalisierbare, 193, 199, 203, 232, 279, 280
 - eines Basiswechsels, 90, 116
 - hermitesche, 245, 278
 - inverse, 111
 - invertierbare, 90, 111–114, 131
 - konjugierte, 258
 - leere, 91, 143, 231
 - orthogonale, 244, 263, 272–280
 - Produkt, 94
 - Rang, 100–104, 107, 117–118
 - Rechenregeln, 97
 - skalares Produkt, 91
 - Spalte, 91
 - Spaltenindex, 91
 - Spaltenrang, 100, 107, 118
 - Summe, 91
 - symmetrische, 245, 278
 - transponierte, 105–106, 258
 - trigonalisierbare, 235
 - unitäre, 244, 263, 272–280
 - Zeile, 91
 - Zeilenindex, 91
 - Zeilenrang, 100, 107, 118
- Matrizenring, 110, 166, 172
- Menge, 9–12
 - Differenz, 10
 - disjunkte Vereinigung, 10
 - Durchschnitt, 10
 - gleichmächtige, 43
 - kartesisches Produkt, 11
 - obere Schranke, 42
 - streng geordnete, 42
 - teilweise geordnete, 42
 - Vereinigung, 10
- Minimalpolynom, 172, 191, 203–205, 224, 232
- Modell, 2
- Modul, 191, 206ff.
 - Addition, 206
 - Assoziativgesetz, 207
 - Beispiele, 207
 - direkte Summe, 208
 - Distributivgesetze, 207
 - endlicher, 207
 - endlicher freier, 208
 - endlich erzeugter, 207
 - freier, 208
 - Länge, 209–210
 - monogener, 225
 - Rang, 217, 221
 - skalare Multiplikation, 206
- Monomorphismus
 - von Moduln, 207

- von Ringen, 169
- von Vektorräumen, 58, 63, 77
- Nebenklasse, 68, 174, 208
- Nilradikal, 176
- Normalform, 230
- allgemeine, 192, 231
- Berechnung, 235–240
- für orthogonale Abbildungen, 275
- für unitäre Abbildungen, 275
- Jordansche, 192, 232–237
- Normalteiler, 138
- Nullelement, 15, 18
- Nullideal, 174
- Nullmatrix, 91
- Nullraum, 26
- Nullring, 109, 166
- Nullstelle, 185–187
- Nullteiler, 109, 115, 167
- Nullvektor, 26
- Ordnung, 224
- orthogonal, 251, 255
- Orthogonalbasis, 251
- Orthogonalsystem, 251
- Orthonormalbasis, 244, 251, 266, 269, 271
- Orthonormalsystem, 251
- Paradoxon von Russel, 9
- Parallelotop, 255–257
- Permutation, 134–138, 140, 141, 155
 - gerade, 136
 - Signum, 136
 - ungerade, 136
- Permutationsgruppe, 134
 - Anzahl der Elemente, 135
- Permutationsmatrix, 277
- Polynom, 165, 167–169, 171–173, 203
 - charakteristisches, 189, 200–205
 - Grad, 168–169
 - höchster Koeffizient, 168
 - Koeffizient, 168
 - normiertes, 182
 - Nullstelle, 185–187
- Polynomring, 166–169, 171–173
- Potenz, 22
 - äußere, 156–163
 - symmetrische, 163

- Potenzmenge, 10
- Potenzreihen
 - formale, 175
- Präsentation, endliche
 - eines Moduls, 220, 237
 - Elementarteiler, 221
- Primelement, 179–183
- Primfaktorzerlegung, 176, 181–183
- Produkt
 - äußeres, 156–163
 - kartesisches, 11, 29, 166, 208
 - leeres, 15
 - symmetrisches, 163
- Projektion, 54–55, 66
 - orthogonale, 252
 - senkrechte, 250
- Pythagoras, Satz von, 243, 250
- Quotientenring, 174
- Quotientenvektorraum, 56, 66, 68–71
- Rang
 - einer linearen Abbildung, 55, 62, 80, 99–100, 106, 192, 265
 - einer Matrix, 100–104, 107, 117–118
 - eines Moduls, 217, 221
- Realteil, 22, 246
- Reflexivität, 66
- Relation, 66
- Repräsentant, 66
- Restklasse, 68
- Restklassenmodul, 208
- Restklassenring, 174
- Restklassenvektorraum, 56, 68–71
- Ring, 109, 166, 206
 - Einheit, 111, 166
 - Einheitsgruppe, 111, 166
 - Einselement, 109
 - faktorieller, 181
 - invertierbares Element, 111
 - kartesisches Produkt, 166
 - kommutativer, 109
 - Nullelement, 109
- sBF,
 - siehe* symmetrische Bilinearform
- Schmidtsches Orthonormalisierungsverfahren, 244, 250, 252–255
- Schwarzsche Ungleichung, 244, 248

- senkrecht, 243, 251
- Sequenz, 77
 - duale, 78
 - exakte, 78
 - kurze exakte, 78
- Sesquilinearform, 247–250
 - beschreibende Matrix, 259–263
 - nicht ausgeartete, 247, 259
- Skalarprodukt, 243, 248, 261–263
 - kanonisches, 248
- Spalten-Vektor, 88, 92
- Spaltenstufenform, 104
- Spaltenumformungen, elementare, 104, 211
- Spektralsatz
 - für normale Abbildungen, 268
 - für selbstadjungierte Abbildungen, 279
- Spiegelung, 54, 271
- Spur
 - einer linearen Abbildung, 201
 - einer Matrix, 200, 201
- Summe
 - direkte, 45–48, 208
 - konstruierte direkte, 46, 208
 - leere, 15
 - von Untermoduln, 208
 - von Untervektorräumen, 44–48
- Sylvesterscher Trägheitssatz, 245, 283
- Symmetrie, 66
- symmetrische Bilinearform, 243, 245, 247–250, 260
 - Kern, 250
 - positiv definite, 248, 249, 282
 - positiv semi-definite, 248
- symmetrische Gruppe, 134
- System, 32
 - freies, 208
 - Länge, 39
 - leeres, 33
 - linear abhängiges, 32
 - linear unabhängiges, 32, 34, 208
 - maximales linear unabhängiges, 37, 42
 - minimales Erzeugenden-, 37
- Teiler, 179
 - größter gemeinsamer, 182, 183
- Teilkörper, 19–21
- Teilmenge, 10
- Torsion, 191
- Torsionsmodul, 191, 220, 224
- Torsionsuntermodul, 220
- Transitivität, 66
- Transposition, 135
- n -Tupel, 11
- Umkehrabbildung, 12, 58
- universelle Eigenschaft, 56, 155
- Untergruppe, 15
- Untermodul, 207
 - der p -Torsion, 222
 - direkte Summe, 208
 - Summe, 208
- Unterraum
 - affiner, 56, 65–66, 71–73, 87, 120
 - kleinster affiner, 72
 - linearer,
 - siehe* Untervektorraum
- Unterring, 173
- Untervektorraum, 27–29, 65, 71, 120
 - aufgespannter, 7, 30
 - direkte Summe, 45–48
 - erzeugter, 7, 30
 - invarianten, 190, 225ff.
 - Komplement, 46
 - Summe, 44–48
 - unzerlegbarer, 191, 225ff.
 - zyklischer, 190, 225ff.
- Vandermondesche Determinante, 149
- Variable, 165, 173
- Vektor, 3, 5
 - Addition, 3–4
 - normierter, 250
 - skalare Multiplikation, 3
 - Skalarprodukt, 248
 - Subtraktion, 5
- Vektorraum, 3, 26–31
 - Addition, 26
 - Assoziativgesetz, 26
 - Automorphismengruppe, 111
 - Basis, 34–35, 37–40, 42, 116
 - Beispiele, 28, 29
 - Dimension, 39–42, 55, 94, 120
 - direkte Summe, 45–48
 - Distributivgesetze, 26
 - doppelt dualer, 80

- endlich erzeugter, 31
- Endomorphismenring, 110
- Erzeugendensystem, 31
- euklidischer, 244, 248
- kartesisches Produkt, 29
- konstruierte direkte Summe, 46
- neutrales Element, 26
- nicht endlich erzeugter, 42–43
- Nullvektor, 26
- Rechenregeln, 27
- skalare Multiplikation, 26
- unitärer, 244, 248
- von linearen Abbildungen, 61, 93
- K -wertiger Funktionen, 29, 41
- Vereinigung, 10
- Verknüpfung
 - äußere, 26, 206
 - assoziative, 13

- innere, 12, 17, 26, 109, 206
- inverses Element, 13
- kommutative, 13
- neutrales Element, 13

Vielfaches

- kleinstes gemeinsames, 183

vollständige Induktion, 23

Volumen, 255–257

Winkel, 244

Zahl, konjugiert komplexe, 246

Zeilen-Vektor, 88, 92

Zeilenstufenform, 102, 107, 121

Zeilenumformungen, elementare,
101–104, 107, 112–114, 211

Zornsches Lemma, 42

Zyklus, 138