

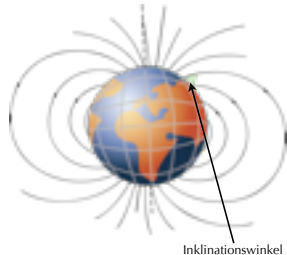
Bestimmung des Erdmagnetfeldes

Versuchsaufbau

Parallel zu einer Kompassnadel wird ein Helmholtz-Spulenpaar ausgerichtet – das ist ein Spulenpaar, das so aufgestellt ist, dass zwischen den beiden Spulen ein homogenes magnetisches Feld herrscht, das für Experimente genutzt werden kann.

Das Spulenmagnetfeld steht nun also senkrecht zum Erdmagnetfeld. Die Magnetfeldstärke wird so eingestellt, dass die Kompassnadel um 45° ausgelenkt ist – die Feldstärken also gleich groß sind.

Zu beachten ist hier, dass bei horizontalem Aufbau von Spulen und Kompassnadel auch nur die horizontale Komponente des Erdmagnetfeldes gemessen wird. Das Magnetfeld ist aber nicht horizontal, sondern trifft in einem bestimmten Winkel (*Inklinationswinkel*) auf die Erdoberfläche.



Um nun sowohl die horizontale als auch die vertikale Komponente des Erdmagnetfeldes zu bestimmen, gibt es zwei Möglichkeiten: Erstens kann durch einen vertikal ausgerichteten Kompass der Inklinationswinkel bestimmt werden und dann mittels der Horizontalkomponente und den Winkelfunktionen auch die Vertikalkomponente beziehungsweise das Gesamtmagnetfeld berechnen. Die zweite Möglichkeit besteht darin, die Spulen und den Kompass um 90° zu kippen und die Messung zu wiederholen – hierbei wird direkt die Horizontalkomponente bestimmt. Mangels Messwerten mit senkrecht aufgestelltem Spulenpaar kann hier nur auf Zahlen zurückgegriffen werden, die mittels der ersten Variante ermittelt wurden.

Gemessene Größen

Spulenradius: $R_{\text{Spule}} = 38 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$

Halber Abstand zwischen den Spulen: $s = 10,75 \text{ cm} \pm 0,1 \text{ cm}$

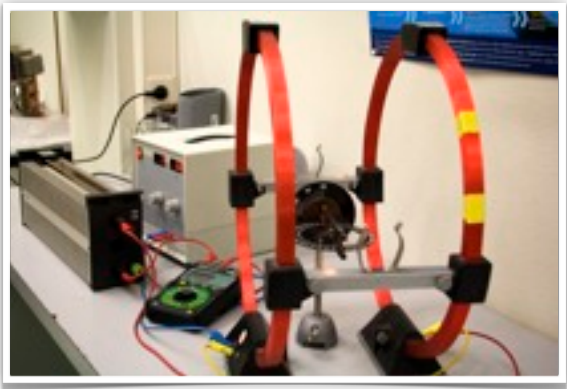
Windungszahl: $n = 154$

Inklinationswinkel: $i = 72^\circ \pm 3^\circ$

Versuchsdurchführung

Die an den Spulen anliegende Spannung wird so lange variiert, bis die Kompassnadel 45° zu ihrer Ursprungslage ausgelenkt ist. Mit einem zwischengeschalteten Amperemeter wird die durch die Spule fließende Stromstärke gemessen. Aus ihr und den gemessenen Größen kann mittels der gegebenen Formel das Magnetfeld zwischen den Helmholtz-Spulen errechnet werden. Diese Messung sollte für die Horizontal- und Vertikalkomponenten des Erdmagnet-

felds durchgeführt werden, alternativ ist vorher mit einem senkrecht stehenden Kompass der Inklinationwinkel zu bestimmen.



Der Versuchsaufbau.

Theorie

Mithilfe der Formel

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot R^2 \frac{I}{(R^2 + s^2)^{\frac{3}{2}}}$$

kann die magnetische Flussdichte zwischen den Helmholtz-Spulen berechnet werden. Bei einer Kompassnadelauslenkung von 45° entspricht diese genau der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes.

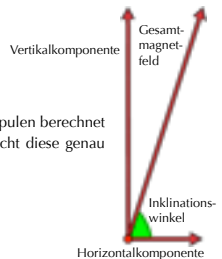
Die Gesamt-Magnetfeldstärke kann also aus

$$\frac{B_{hor}}{B_{ges}} = \cos i$$

berechnet werden.

Soll aus der Horizontalkomponente noch die Vertikalkomponente bestimmt werden, so kommt der Tangens zum Einsatz:

$$\frac{B_{ver}}{B_{hor}} = \tan i$$



Messergebnisse und Auswertung

Messung	I [mA]	B _{spule} = B _{hor} in T	B _{ver} in T	B _{erd} in T
1	26.4	1.20E-05	3.69E-05	3.88E-05
2	26.4	1.20E-05	3.69E-05	3.88E-05
3	29.5	1.34E-05	4.12E-05	4.33E-05
4	27.4	1.24E-05	3.83E-05	4.02E-05
5	21.7	9.85E-06	3.03E-05	3.19E-05
6	25.6	1.16E-05	3.57E-05	3.76E-05
7	26.6	1.21E-05	3.71E-05	3.91E-05
8	23.2	1.05E-05	3.24E-05	3.41E-05
Mittelwert	25.85	1.17E-05	3.61E-05	3.80E-05
Standardabw.	2.43	1.10E-06	3.39E-06	3.56E-06

Als Mittelwert ergibt sich eine Erdmagnetfeldstärke von 38 μT . Dies entspricht einer prozentualen Abweichung von etwa 9 % zum Literaturwert 47 μT ¹.

Fehlerfortpflanzungsrechnung und Fehlerquellen

Für die indirekt gemessene Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes gilt:

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot R^2 \frac{I}{(R^2 + s^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Da μ_0 und n als fehlerfrei angesehen werden, ergibt sich B als eine Funktion von R , s und I .

$$\overline{\Delta B} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial B}{\partial R}\right)^2 \cdot \overline{\Delta R}^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial s}\right)^2 \cdot \overline{\Delta s}^2 + \left(\frac{\partial B}{\partial I}\right)^2 \cdot \overline{\Delta I}^2}$$

$$\frac{\partial B}{\partial R} = \mu_0 \cdot n \cdot I \cdot \left(2 \cdot R \frac{1}{(R^2 + s^2)^{\frac{3}{2}}} - 3 \cdot R^3 \frac{1}{(R^2 + s^2)^{\frac{5}{2}}} \right)$$

$$\frac{\partial B}{\partial s} = -3s \cdot \mu_0 \cdot n \cdot R^2 \frac{I}{(R^2 + s^2)^{\frac{5}{2}}}$$

$$\frac{\partial B}{\partial I} = \mu_0 \cdot n \cdot R^2 \frac{1}{(R^2 + s^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Setzt man in die obere Formel die errechneten Standardabweichungen bzw. ermittelten Messfehler sowie die Werte der Ableitungen ein, ergibt sich ein Größtfehler

$$\overline{\Delta B} = \pm 1.152 \mu\text{T}$$

für die Horizontalkomponente.

¹ Quelle: <http://www.progforum.com/showpost.php?p=55868&postcount=36>

Das Erdmagnetfeld ergibt sich aus

$$B_{erd} = \frac{B_{hor}}{\cos i}$$

Daraus folgt seine Standardabweichung

$$\overline{\Delta B_{erd}} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial B_{erd}}{\partial B_{hor}}\right)^2 \cdot \overline{\Delta B_{hor}}^2 + \left(\frac{\partial B_{erd}}{\partial i}\right)^2 \cdot \overline{\Delta i}^2}$$

$$\frac{\partial B_{erd}}{\partial B_{hor}} = \frac{1}{\cos i}$$

$$\frac{\partial B_{erd}}{\partial i} = \frac{\sin i \cdot B_{hor}}{\cos^2 i}$$

Es ergibt sich ein Größtfehler von

$$\overline{\Delta B_{erd}} = \pm 7.163 \mu T$$

für das Erdmagnetfeld.

Der Mittelwert für das Erdmagnetfeld entsprach etwa $38 \mu T$, sein Größtfehler ungefähr $7 \mu T$ (etwa 18 %). Hingegen weicht der Literaturwert um fast $10 \mu T$ vom ermittelten (und gemittelten) Wert des Erdmagnetfeldes ab. Diese noch höhere Fehlerquote lässt sich dadurch erklären, dass im für die Experimente genutzten Saal noch andere Magnetfelder herrschten, die die Kompassnadeln beeinflussten. Es ließ sich bereits bei der Vorbereitung des Experiments feststellen, dass die Nadel je nach Position im Raum oder außerhalb desselben leicht andere Ausschläge zeigte. In der heutigen Zeit, so könnte man argumentieren, befinden sich beinahe überall leichte Magnetfelder – seien sie durch Mobiltelefone, Computer, das Stromnetz oder andere Elektrik verursacht. Deshalb und ob der relativ kurzen Experimentierzeit war es uns nicht möglich, diesen systematischen Fehler vollkommen auszuräumen. Er fließt jedoch teilweise in die ermittelten Messfehler für Stromstärke (die nach Erreichen von 45° abgelesen wurde) und Inklinationswinkel mit ein. Wären außerdem direkte Messwerte für die vertikale Komponente des Erdmagnetfeldes verfügbar gewesen, so hätte der gesamte Messfehler etwas verringert werden können, da vergleichsweise genaue Werte für die Horizontalkomponente – statt der stark fehlerbehafteten Berechnung über den Inklinationswinkel – verfügbar gewesen wären.